SAPIENZA Università di Roma
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica I

Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Alessio Sarti***

Prova d' esame del 25 ottobre 2016 – ***sessione straordinaria***
a.a. 2015-16

Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti

1. Un giradischi (raggio R=18 cm) è in grado di portare un disco da fermo alla velocità angolare ω=33 giri/minuto in un intervallo di tempo Δt = 1.3 s, con accelerazione angolare α = costante. Determinare:
a) il valore dell'accelerazione angolare α in rad/s^2;
b) la velocità al bordo del disco, inizialmente fermo, dopo 0.5 s dall'accensione del giradischi;
c) il numero di giri compiuti dal disco nel momento in cui raggiunge la velocità di regime;
d) l'accelerazione nel medesimo istante.

2. Due dischi omogenei di densità pari a 7.15 g/cm^3, coassiali, aventi raggi R_1=30 cm e R_2=20 cm e stesso spessore d=1 cm, sono disposti ad una certa distanza. Inizialmente il disco di raggio R_1 è in rotazione attorno all'asse comune (senza attrito) con velocità angolare costante pari a 5 giri/s. Successivamente i due dischi vengono portati a contatto e, per effetto delle forze di attrito, acquistano la stessa velocità di rotazione. Si calcoli l'energia dissipata dagli attriti.

3. Una barca con sopra un masso di roccia galleggia sull'acqua di un lago chiuso (l'acqua non può né uscire né entrare). Successivamente il masso viene tolto dalla barca e gettato nel lago, dove affonderà. Determinare se il livello delle acque del lago sarà maggiore, minore o uguale di quello misurato quando il masso si trovava sopra alla barca.

4. Un gas perfetto esegue un ciclo diretto reversibile formato da due isobare e da due adiabatiche. Sapendo che una delle due adiabatiche avviene tra i due stadi A e B con T_A=400 K e T_B=700K, mentre l'altra (tra gli stadi C e D) è caratterizzata da una temperatura massima T=1500K, si calcoli il rendimento del ciclo.

5. Tre moli di un gas ideale monoatomico sono contenute in un recipiente adiabatico alla pressione p_0 = 2,5 atm, collegato mediante una valvola ad un cilindro munito di pistone, di massa trascurabile ed anch'esso adiabatico, soggetto ad una pressione esterna p_e = 1 atm. Inizialmente la valvola è chiusa ed il gas si trova in equilibrio alla temperatura T_1 = 300 K. La valvola viene aperta e il gas fluisce nel cilindro. Una volta che il sistema ha raggiunto il suo nuovo stato di equilibrio, determinare:
a) la temperatura finale del gas;
b) la variazione di entropia del gas in seguito a questa trasformazione.

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1 Per sistemi di punti materiali, ricavare la II equazione cardinale della meccanica e l'espressione del teorema del lavoro e dell'energia cinetica.

T2 Si dia una definizione dell'energia interna di un sistema termodinamico. L'allievo illustri inoltre gli argomenti, sia di carattere teorico che sperimentale, in base ai quali l'energia interna di un gas ideale risulta dipendere dalla sola temperatura.

SAPIENZA Università di Roma
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica I

Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Alessio Sarti***

SOLUZIONI
Prova d' esame del 25 ottobre 2016
sessione straordinaria a.a. 2015-16

Esercizio 1

a) $\alpha = \omega/\Delta t = 2.66$ rad/s^2

b) la velocità al bordo del disco $v = \omega R = \alpha t R = 0.24$ m/s

c) il numero frazionario di giri compiuti dal disco è $f = \vartheta/2\pi$ con $\vartheta = 0.5\alpha t^2$ e dunque $f = 2.25$

d) $a = \sqrt{((\alpha^2 + \alpha^4 t^4)R^2)} = 2.2$ m/s^2.

Esercizio 2

Le forze interne al sistema non alterano il momento angolare totale e quindi per la conservazione del momento della quantità di moto totale del sistema:

$$I_1\omega_{iniziale} = (I_1 + I_2)\omega_{finale} \qquad \Rightarrow \qquad \omega_{finale} = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\omega_{iniziale}$$

da cui, sapendo che il momento d'inerzia di un disco è pari a:

$$I_{disco} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}\rho V R^2 = \frac{1}{2}\rho d(\pi R^2)R^2 = \frac{1}{2}\rho d \pi R^4$$

si ottiene per la velocità angolare finale:

$$\omega_{finale} = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\omega_{iniziale} = \frac{1}{1 + \left(\frac{I_2}{I_1}\right)}\omega_{iniziale} = \frac{1}{1 + \left(\frac{R_2^4}{R_1^4}\right)}\omega_{iniziale} = \frac{R_1^4}{R_1^4 + R_2^4}\omega_{iniziale} = 26.2\ rad/s$$

e per l'energia dissipata dalle forze interne:

$$\Delta E = \frac{1}{2}I_1\omega_{iniziale}^2 - \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_{finale}^2 = \frac{1}{4}\rho d\pi[R_1^4\omega_{iniziale}^2 - (R_1^4 + R_2^4)\omega_{finale}^2] = 75 \text{ J}$$

Esercizio 3

Il livello delle acque del lago si abbassa quando il masso viene tolto dalla barca e gettato nel lago. Infatti, indicando con M ed m la massa della barca e della roccia, rispettivamente e con V_I il volume immerso della barca quando la roccia si trova sopra di essa (pari al volume totale di acqua spostato V_S, per il principio di Archimede deve essere:

$$(M+m)g = \rho V_I g \Rightarrow V_I = V_S = \frac{M+m}{\rho} = \frac{M+\rho_R V_R}{\rho} = \frac{M}{\rho} + \frac{\rho_R}{\rho} V_R$$

essendo ρ e ρ_R la densità dell'acqua e della roccia, rispettivamente ($\rho < \rho_R$ poiché la roccia, gettata nel lago, affonda), e V_R il volume della roccia. Quando la roccia è gettata nel lago, il volume immerso della barca, V_I', sempre per il principio di Archimede, sarà $V_I' = M/\rho$.

Quindi, in questo caso il volume totale d'acqua spostata V_S' sarà: $V_S' = \frac{M}{\rho} + V_R < V_S$.

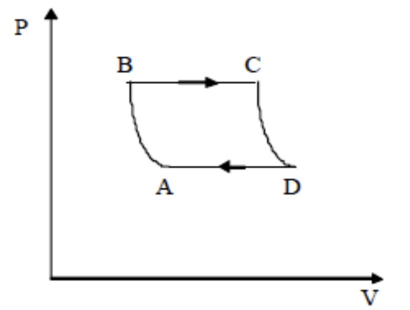
Esercizio 4

Per le trasformazioni adiabatiche si ha:

$$T_A P_A^{(1-\gamma)/\gamma} = T_B P_B^{(1-\gamma)/\gamma}$$
$$T_D P_D^{(1-\gamma)/\gamma} = T_C P_C^{(1-\gamma)/\gamma}$$

dividendo membro a membro ed essendo $P_A = P_D$ e $P_B = P_C$ si ha che

$$T_D = \frac{T_A T_C}{T_B} \cong 857K \qquad \Rightarrow \qquad \eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} = 1 - \frac{nc_p(T_D - T_A)}{nc_p(T_C - T_B)} = 0.43$$



Esercizio 5

a) Il sistema compie una trasformazione adiabatica irreversibile:

$\Delta Q = \Delta U + \Delta L = 0 \qquad \Delta U = nc_v \Delta T$

mentre ΔL_g si può stimare come il lavoro compiuto dall'ambiente (p=costante) cambiato di segno:

$\Delta L_g = -\Delta L_e = -p_e * \Delta V$

Nella condizione iniziale si ha: $V_i = nRT_i/p_i$ mentre in quella finale si avrà $V_f = nRT_f/p_f$ e dunque si ottiene la relazione $nc_v\Delta T = \Delta L_e = p_e*(-\Delta V_{gas}) = (p_e/p_0\, T_i - T_f)\, nR$ da cui è possibile ricavare:

T_f = 228 K

b) La variazione di entropia del gas è pari a $\Delta S = nc_v \ln(T_f/T_i) + nR \ln V_f/V_i$ = 5.74 J/K.