SCRITTO DI FISICA II
ing civile del 26 gennaio 2017

1. E' data una distribuzione di carica a simmetria sferica di densità uniforme ρ contenuta in un guscio sferico di raggio interno R e raggio esterno $3R$. Determinare il valore del potenziale $V(0)$ al centro, in funzione del raggio e della densità di carica.

2. Una resistenza $R = 100\Omega$ è collegata al tempo $t_0 = 0$ a un condensatore carico di capacità $C = 10\mu$F. conoscendo l'energia $U = 0,1$J dissipata dalla resistenza dal tempo $t_0 = 0$ a $t_1 = 1$ms, determinare la carica iniziale q_0 sulle armature del condensatore.

3. Un solenoide ideale è costituito na n=1000 spire/m percorse dalla corrente $I = 1$A ed è riempito da un materiale omogeneo e isotropo di permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 100$. Determinare in modulo a) il campo **B** b) il vettore magnetizzazione **M**.

4. Una spira elettrica conduttrice di resistenza $R = 15\ \Omega$ ruota con velocità angolare $\omega = 35$ rad/s attorno a un suo diametro in una regione di spazio dove è presente un campo di induzione magnetica uniforme ortogonale al diametro attorno a cui avviene la rotazione, di modulo $B = 0,2$ T. Si chiede qual è il valore del raggio r della spira sapendo che in essa si genera una corrente indotta del valore massimo $I_{max} = 0,02$ A.

a) Dimostrare la legge di Gauss e la legge di Ampère

b) Partendo dall'equazione delle onde elettromagnetiche, ricavare le caratteristiche della soluzione di onda piana

SOLUZIONI SCRITTO DI FISICA II
ing civile del 26 gennaio 2017

1)

Le espressioni del potenziale nelle diverse porzioni di spazio si possono ricavare dalla conoscenza del campo elettrico, a sua volta derivabile dalla legge di Gauss. Per cui, per il campo elettrico si ha:

$$\text{se } r \leq R \quad E_1 = 0$$

$$\text{se } R \leq r \leq 3R \quad \text{per Gauss}: 4\pi r^2 E_2 = \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0}(r^3 - R^3) \Rightarrow E_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r - \frac{R^3}{r^2}\right)$$

$$\text{se } r \geq 3R \quad \text{per Gauss}: 4\pi r^2 E_3 = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\frac{4}{3}\pi(3R)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3\right) \Rightarrow E_3 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{26R^3}{r^2}\right)$$

Considerando che per la simmetria sferica è noto il potenziale all'infinito che è nullo, si parte da questo valore noto per arrivare fino al punto nel quale si vuole conoscere il potenziale, per cui

$$\text{se } r \geq 3R \quad V(r \geq 3R) = \int_r^\infty E_3 dr = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{26R^3}{r}\right) \Rightarrow V(3R) = \frac{26}{9}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^2$$

proseguendo fino alla superficie interna

$$V(R) - V(3R) = \int_R^{3R} E_2 dr = \frac{10}{9}\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^2$$

quindi, dal momento che il potenziale è costante nella zona interna del guscio,

$$V(0) = V(R) = 4\frac{\rho}{\varepsilon_0}R^2$$

---

2) L'energia dissipata in un intervallo temporale è data dall'integrale della potenza dissipata per effetto Joule dalla resistenza R al passaggio della corrente

$i(t)$,

$$U = \int_{t_0}^{t_1} Ri^2 dt$$

L'andamento della corrente nella scarica di un condensatore è $i(t) = i_0 e^{-t/\tau}$ con $i_0 = q_0/\tau$ e $\tau = RC$. Quindi

$$U = R\frac{q_0^2}{R^2C^2}\int_{t_0}^{t_1} e^{-\frac{2t}{RC}} = \frac{q_0^2}{2C}\left(1 - e^{-\frac{2t_1}{RC}}\right)$$

infine

$$q_0 = \sqrt{\frac{2CU}{1 - e^{-\frac{2t_1}{RC}}}} = 1,52 \cdot 10^{-3}\mathrm{C}$$

---

3) a) il modulo del campo magnetico prodotto da un solenoide ideale in un mezzo di permeabilità relativa μ_r è

$$B = \mu_r \mu_0 n I = 0,126\mathrm{T}$$

b) dal momento che

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} \qquad e \qquad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

allora

$$M = B\frac{\mu_r - 1}{\mu_r \mu_0} = 9,90 \cdot 10^4 \mathrm{A/m}$$

---

4) La corrente indotta è data da

$$i = \frac{f.e.m.}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d(\mathbf{B}\cdot\mathbf{S})}{dt} = \frac{\pi r^2}{R} B\omega \sin(\omega t)$$

Quindi $I_{max} = \pi r^2 B\omega/R$ e

$$r = \sqrt{\frac{IR}{\pi B\omega}} = 11,7 \text{ cm}$$