

SCRITTO DI FISICA II

per Ingegneria Civile del 7 giugno 2017

1. Un condensatore a facce piane e parallele di area $A = 20 \text{ cm}^2$ che ha in aria la capacità $c = 15 \text{ nF}$ è chiuso su una batteria di forza elettromotrice $f = 250 \text{ V}$. Si chiede quali cariche saranno presenti sulle due armature del condensatore se tra di esse si pone una lamina di metallo di spessore D pari a $K = 0,3$ volte la distanza $h = 2 \text{ cm}$ tra di esse.
2. Una sfera metallica cava di raggio esterno $R = 1 \text{ cm}$ contiene al suo interno, al centro, una carica puntiforme $Q = 1 \mu\text{C}$. Fornendo ulteriormente alla sfera una carica Q' , si trova che il campo elettrico a distanza $r > R$ dal centro, si è ridotto di un fattore 2. Si determini il valore della densità di carica superficiale complessivamente presente sulla superficie esterna della sfera in queste condizioni.
3. Una bobina circolare di raggio $R = 20 \text{ cm}$ è costituita da N avvolgimenti percorsi dalla corrente $I = 0,25 \text{ A}$. Un elettrone di rapporto $e/m = 0,176 \cdot 10^{12} \text{ C/kg}$ dotato di velocità $v = 10^5 \text{ m/s}$ incide al centro della bobina con un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto all'asse percorrendo una spirale di raggio $a = 7,1 \text{ mm}$. Nell'approssimazione che il campo magnetico avvertito dall'elettrone sia uniforme e pari al campo magnetico al centro della bobina, trovare il numero di avvolgimenti N .
4. È data una bacchetta metallica, di lunghezza ℓ libera di scorrere tra due guide metalliche che si possono collegare tra loro formando un circuito di resistenza R . Un campo magnetico è presente, uniforme e perpendicolare al piano del circuito. Una forza F esterna fa muovere la bacchetta con velocità v costante.
 - a) Dimostrare l'uguaglianza delle espressioni dell'intensità di corrente I_L che scorre nel circuito ricavata attraverso la forza di Lorentz, e quella I_F ricavata attraverso la legge di Faraday.
 - b) Dimostrare l'uguaglianza delle due espressioni della potenza P_f esercitata dalla forza esterna e della potenza P_R dissipata dalla resistenza del circuito.
 - a) Dimostrare la legge di Ampère e la legge di Ampère-Maxwell
 - b) descrivere il modello per la polarizzazione per orientamento e la funzione di Langevin

SOLUZIONI SCRITTO DI FISICA II

ing civile del 26 gennaio 2017

1) All'interno della lamina il campo è nullo quindi

$$\Delta V = - \int_0^{h-D} E dx = E(K-1)h$$

Per il teorema di Gauss

$$Q = \sigma A = \epsilon_0 EA = \frac{\epsilon_0 VA}{(K-1)h} = 3.16 \text{ nC}$$

positiva sulla lamina collegata al polo positivo della batteria e negativa sull'altra. _____

2) Il modulo del campo elettrico a distanza $r > R$ nel caso in cui ci sia solo la carica al centro Q , è

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Quando si aggiunge la carica Q' sulla sfera, il campo diventa

$$E' = \frac{Q+Q'}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{E}{2} = \frac{1}{2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

da cui $Q' = -Q/2$. Nelle condizioni finali, sulla superficie esterna, ci sarà la carica indotta Q e la carica aggiuntiva Q' quindi

$$\sigma = \frac{Q+Q'}{4\pi R^2} = \frac{Q}{8\pi R^2} = 4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

3) L'elettrone avanzerà lungo l'asse della bobina con una velocità imperturbata $v \cos \theta$ mentre girerà anche attorno all'asse con traiettoria circolare di raggio a data dall'azione della forza di Lorentz sulla componente $v \sin \theta$ della velocità:

$$e(v \sin \theta)B = \frac{m(v \sin \theta)^2}{a} \implies B = \frac{v \sin \theta}{a \left(\frac{e}{m}\right)}$$

D'altra parte il campo magnetico al centro di una spira è $B_s = \mu_0 I / (2R)$ per cui, nell'approssimazione, al centro della bobina si avrà $B = N\mu_0 I / (2R)$ quindi

$$N = \frac{2RB}{\mu_0 I} = \frac{2Rv \sin \theta}{\mu_0 I a \left(\frac{e}{m}\right)} = 51$$

4) a) Ogni carica libera q sulla bacchetta subirà una forza di Lorentz di modulo pari a $F_L = qvB$, corrispondente a un campo elettromotore di Lorentz $E_L = F_L/q = vB$ e quindi sul circuito agirà una forza elettromotrice

$$f.e.m. = \int E_L d\ell = \ell v B \implies I_L = f.e.m./R = \frac{\ell v B}{R}$$

Se consideriamo Faraday e l'area $ds = \ell dx$ spazzata dalla bacchetta in un tempo dt

$$f.e.m. = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\ell dx B}{dt} = \ell v B \implies I_F = f.e.m./R = \frac{\ell v B}{R}$$

b) La forza esterna necessaria per mantenere la bacchetta a velocità costante è pari, in modulo, alla forza di origine magnetica, che si oppone al moto, data dalla formula di Laplace che in questo caso è $F = I\ell B$. Quindi la potenza necessaria è data da

$$P_f = Fv = I\ell Bv = \frac{v^2 B^2 \ell^2}{R}$$

La potenza dissipata dalla resistenza R del circuito è per effetto Joule $P_R = RI^2$ quindi

$$P_R = RI^2 = \frac{v^2 B^2 \ell^2}{R}$$