

SOLUZIONI FISICA II (ING. CIVILE) 10/10/17

1) PER $r \leq R$ $4\pi r^2 E_i = \int_0^r \frac{\rho}{\epsilon_0} (4\pi r^2 dr) \Rightarrow E_i(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$

$\Rightarrow U_1(r) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_0^r \frac{\rho^2}{9\epsilon_0^2} r^2 (4\pi r^2 dr) = \boxed{\frac{2\pi\rho^2}{45\epsilon_0} r^5 = U_1(r)}$

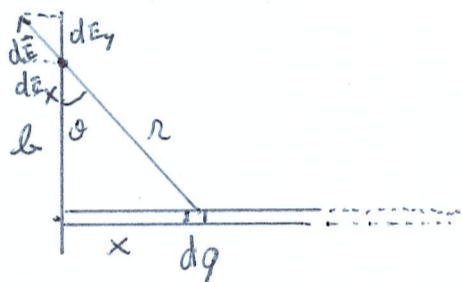
PER $r \geq R$ $E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$

$\Rightarrow U_2(r) = U_1(R) + \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_R^r \frac{\rho^2}{9\epsilon_0^2} \frac{R^6}{r^4} (4\pi r^2) dr = U_1(R) + \frac{2\pi\rho^2}{9\epsilon_0} R^6 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) =$

$= \frac{2\pi\rho^2}{45\epsilon_0} R^5 + \frac{2\pi\rho^2}{9\epsilon_0} R^5 - \frac{2\pi\rho^2}{9\epsilon_0} \frac{R^6}{r} = \boxed{\frac{2\pi\rho^2}{45\epsilon_0} R^5 \left(6 - 5 \frac{R}{r} \right) = U_2(r)}$

condizione: $6 - 5 \frac{R}{r^*} = 3 \Rightarrow \boxed{r^* = \frac{5}{3} R}$

2)



$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2}$; $dE_x = dE \cos\theta$; $dE_y = dE \sin\theta$

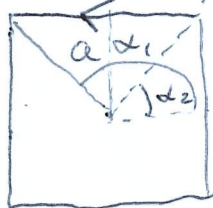
$x = b \tan\theta \Rightarrow dx = \frac{b}{\cos^2\theta} d\theta$

$r = \frac{b}{\cos\theta}$

$\Rightarrow E_y \Rightarrow \int dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{b}{\cos^2\theta} d\theta \frac{\cos^2\theta}{b^2} \cos\theta = \boxed{\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 b} = E_y}$

$\Rightarrow E_x \Rightarrow \int dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 b} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta = \boxed{\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 b} = E_x}$

3)



il campo B creato nell'asse mediano di un filo a distanza "a" è

$$B_i = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \quad \cos \alpha_2 = \frac{\pi}{4} \quad \text{e} \quad \alpha_1 = \frac{3\pi}{4}$$

$$a = \frac{L}{8}$$

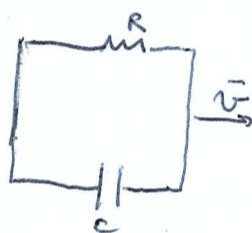
$$B_{\text{q}} = 4B_i = \frac{8\mu_0 I \sqrt{2}}{\pi L}$$

per una circonferenza di raggio $r = \frac{L}{2\pi}$ il campo magnetico al centro è

$$B_c = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\pi \mu_0 I}{L}$$

$$\Rightarrow \frac{B_q}{B_c} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} = 1,15$$

4)



a) il flusso $\Phi(t)$ da nello scema linearmente proporzionalmente all'area spazzata, fino al tempo $\tau_0 = \frac{a}{v}$

$$\Rightarrow \tau < \tau_0 \quad \Phi(t) = 0; \quad 0 \leq \tau \leq \tau_0 \quad \Phi(t) = aBv\tau; \quad \tau \geq \tau_0 \quad \Phi(t) = aBv\tau_0$$

b) \mathcal{E} è sempre nulla tranne che nell'intervallo $0 \leq \tau \leq \tau_0$ in cui vale $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{d\tau} = -aBv$

c) la corrente ha l'andamento di una carica del condensatore nell'intervallo $0 \leq \tau \leq \tau_0$ e di una scarica per $\tau \geq \tau_0$

$$\Rightarrow 0 \leq \tau \leq \tau_0 \quad I(t) = -\frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}); \quad \tau \geq \tau_0 \quad I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{(\tau - \tau_0)}{\tau_0}}$$

