SAPIENZA Università di Roma
Corso di laurea in Ing. Meccanica

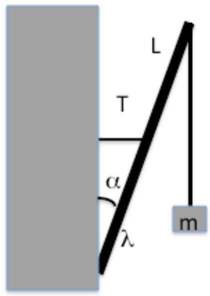
Corso di Fisica I

Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Alessio Sarti***

Prova d' esame del 18 gennaio 2017 – ***sessione ordinaria a.a. 2015-16***

Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti

1. Un punto materiale è lanciato all'istante t=0 orizzontalmente con velocità iniziale v_0 =30 m/s. In assenza di forze viscose e sotto la sola azione della forza di gravità, calcolare il raggio di curvatura della traiettoria dopo che è trascorso un tempo t'=3s.



2. Nel sistema in figura l'asta di densità lineare λ = 350 g/m e lunghezza L = 70 cm è incernierata alla parete nel suo estremo inferiore, mentre in quello superiore vi è appesa una massa m = 300 g.

a) Determinare il momento di inerzia dell'asta rispetto al punto di contatto con la parete.

b) Se la sbarra è tenuta in equilibrio ad un angolo α (30°) rispetto alla verticale da una corda inestensibile legata al suo centro e fissata alla parete, determinare l'espressione della tensione della corda.

c) Ad un istante t, le corde che legano l'asta alla parete ed alla massa m vengono tagliate e l'asta può muoversi liberamente. Determinare l'energia cinetica dell'asta quando essa ha ruotato intorno al perno di un angolo di 90° rispetto alla posizione iniziale.

3. Un satellite di massa m sta orbitando, con una traiettoria circolare di raggio r e con velocità v_0, intorno alla terra (di massa M). In seguito ad una esplosione interna, il satellite si rompe in due frammenti, ciascuno di massa $m/2$. Nel sistema di riferimento del satellite i due frammenti, immediatamente dopo l'esplosione, appaiono muoversi lungo la linea di giunzione tra il satellite ed il centro della terra, ciascuno con velocità $v_0/2$. Trovare nell'istante immediatamente successivo all'esplosione, l'espressione dell'energia meccanica totale e del momento angolare, calcolato rispetto al centro della terra, che ha ciascun frammento.

4. Una sfera di ghiaccio (ρ = 0,917 g/cm^3, c = 2090 J/kg K e λ = 333 10^3 J/kg) di raggio R viene posta in un recipiente alto quanto la sfera, vuoto, isolante. Il ghiaccio si trova inizialmente alla temperatura T_a = 240 K. All' istante t = 0 si inizia a scaldare il ghiaccio con una potenza costante P = 7.14 W erogata all'interno del recipiente. Il ghiaccio comincia a sciogliersi dopo un tempo t_1 = 3.5 ore e si è completamente sciolto all'istante t_2. Allo stesso istante t_2 il riscaldamento viene interrotto. Trascurando lo scambio di calore con l'esterno, determinare: ***a)*** il raggio R della sfera di ghiaccio; ***b)*** il tempo t_2, calcolato dall'inizio del riscaldamento; ***c)*** la temperatura finale d'equilibrio $\boldsymbol{T_b}$ del sistema.

5. Due moli di gas perfetto monoatomico sono contenute in un recipiente munito di un pistone. Partendo da uno stato iniziale A in cui il gas è in equilibrio a pressione atmosferica con una sorgente ad una temperatura T_A il gas viene sottoposto a due trasformazioni consecutive:

A→B: espansione isoterma reversibile fino ad uno stato B in cui il volume è il doppio di quello iniziale;

B→C: il recipiente viene isolato termicamente e mediante un'azione esterna (da considerarsi pressoché istantanea) che triplica la pressione cui è sottoposto il gas, il volume viene riportato al valore che aveva inizialmente nello stato A.

Calcolare la variazione di entropia della sorgente e quella del gas tra lo stato iniziale e quello finale.

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1 Ricavare l'energia potenziale della forza gravitazionale.

T2 Spiegare l'equivalente meccanico della caloria.

SAPIENZA Università di Roma
Corsi di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica I

Canale A-L: ***Prof. Marco Rossi***
Canale M-Z: ***Prof. Alessio Sarti***

Prova d' esame del 18 gennaio 2017 – ***sessione ordinaria***
a.a. 2015-16

Soluzione degli esercizi

1. Sia *x* l'asse orizzontale, orientato come v_0 e *y* l'asse verticale orientato verso l'alto. Sia inoltre *q(t)* l'angolo tra la velocità ***v(t)*** e la verticale.

$$v^2(t) = v_x^{\,2}(t) + v_y^{\,2}(t) = v_0^{\,2} + g^2 t^2 \qquad a_n\,(t) = g\,\sin\theta(t)$$

$$\sin\theta = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^{\,2} + g^2 t^2}} \qquad a_n\,(t) = \frac{g v_0}{\sqrt{v_0^{\,2} + g^2 t^2}}$$

$$R = \frac{v^2(t')}{a_n} = \frac{(v_0^{\,2} + g^2 t^2)^{3/2}}{g v_0} \approx 252\ m$$

2. Per il calcolo del momento di inerzia si ottiene

a) $I = 1/3\ \lambda\ L^3$ = 0.04 kg m^2.

Nel caso in cui l'asta è ferma si ha (proiettando ***F*** = *m* ***a*** e ***M*** = *I* ***α***) $T_m = mg$; $Ry - (M+m)\,g = 0$; $Rx - T_M = 0$; $-L\,T_m \sin\alpha + T_M\, L/2 \cos\alpha - L/2\, Mg \sin\alpha = 0$. Risolvendo per T_M si ottiene:

b) $T_M = (2m + M)g\ tg\ \alpha$ = 4.79 N.

Durante il moto: $Ek_f = Ep_i - Ep_f = mg\,(h_i - h_f)$. Si ottiene

c) $Ek_f = ½\ \lambda\ L^2\ g\ (\sin\alpha + \cos\alpha)$ = 0.8 J.

3. Le velocità risultanti dei due frammenti immediatamente dopo l'urto: $|\mathbf{v}| = ½\sqrt{5}\ v_0$.

L'energia cinetica vale $5/16\ m\ v_0^{\,2} = 5/16\ m\ GM/r$.

Sommando all'energia cinetica l'energia potenziale gravitazionale si ottiene

$E_m = -3/16\ G\ Mm/r$.

Per il calcolo del momento angolare rispetto al centro della terra $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ si ottiene

$|L| = r\ m/2\ v_0 = mr/2\ \sqrt{(GM/r)} = m/2\ \sqrt{(GMr)}$.

4. La sfera di ghiaccio ha un volume $V = (4/3)\pi R^3$, una massa $M = \rho V$, una capacità termica $C_1 = M\ c_1$. Il ghiaccio comincia a sciogliersi a T = 273 K. Imponendo *L = Q* scambiato $Pt_1 = C_1(T_0 - T_a)$ da cui

$M = P\ t_1 / c_1\ (T_0 - T_a)$ = 1.3 kg.

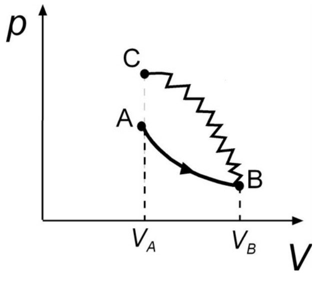
a) Il raggio della sfera $R = \sqrt[3]{(3/4)\ [M / (\rho\pi)]}$ = 7 · 10^{-2} m = 7 cm.

Lo scioglimento del ghiaccio termina quando $P\ (t_2 - t_1) = M\lambda$, da cui

b) $t_2 = t_1 + M\lambda / P$ = 7.3 · 10^4 s = 20.3 ore.

c) La temperatura finale è T_b = 273 K, visto che il recipiente è termicamente isolato.

5. Per il ciclo in esame si avrà



$$\Delta S_{gas} = n c_V \ln\frac{T_C}{T_A} + nR\ln\frac{V_C}{V_A}$$

$$\Delta S_{sorgente} = -\frac{Q_{gas}^{isoterma}}{T_A}$$

$$essendo\ p_C = 3p_B \qquad e\begin{cases} p_C V_C = nRT_C \\ p_B V_B = nRT_B \\ p_A V_A = nRT_A \end{cases} \Rightarrow \ \frac{p_C}{p_A} = \frac{T_C}{T_A}; \quad p_B = p_A/2$$

da cui

$$\frac{p_C}{p_A} = \frac{T_C}{T_A} = \frac{3}{2} \ \Rightarrow \ \Delta S_{gas} = nc_V \ln\frac{3}{2} \approx 10.11 \ \ J/K$$

$$essendo\ Q_{AB} = L_{AB} \Rightarrow \ \Delta S_{sorgente} = \frac{-\,nR\ T_A \ln 2}{T_A} \approx -11.52 \ \ J/K$$