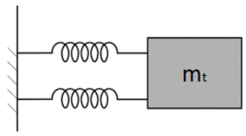
## Ingegneria Civile e Ambiente & Territorio

## 10 luglio 2018 – Prova scritta di Fisica 1

1) Un motociclista, inizialmente fermo, viene superato all'istante $t_0$=0 da un'automobile in moto alla velocità costante $v_0^{(A)}$=72*km/h*. Dopo un tempo $t_1$=6*s* il motociclista parte nella stessa direzione dell'automobile con accelerazione costante $a = 5m/s^2$. All'istante $t_2$ il motociclista raggiunge l'automobile e smette di accelerare istantaneamente mantenendo la sua velocità costante. Determinare:
    a. l'istante $t_2$ e la distanza percorsa dal motociclista per raggiungere l'automobile;
    b. la velocità finale del motociclista.

2) All'interno di un veicolo di massa *M*=400*kg* viene installato un dispositivo di misura costituito da due molle parallele di massa trascurabile e aventi ognuna costante elastica *k*=200*N/m*, collegate ad un estremo alla massa di test $m_t$=1*kg*, libera di scorrere orizzontalmente senza attrito lunga una guida millimetrata. All'istante $t_0$=0 viene acceso un propulsore in grado di fornire un'accelerazione costante. In questa fase si osserva uno spostamento della massa di test pari a Δ*x*=1.5*cm*. Dopo 9*s* il propulsore viene spento. Calcolare:
    a. l'accelerazione del veicolo;
    b. la potenza $P$ erogata dal propulsore durante l'accelerazione;




3) Una sbarra uniforme, di lunghezza 6*a* e massa 8*m* si trova su di un tavolo liscio orizzontale. Due corpi puntiformi, di massa *m* e 2*m*, si muovono sullo stesso piano orizzontale con velocità rispettivamente 2*v* e *v*, in direzione ortogonale alla sbarra e in versi opposti (come rappresentato in fig.1). I due corpi colpiscono contemporaneamente la sbarra rispettivamente alle distanze 2*a* ed *a* dal suo centro e rimangono poi attaccati ad essa. Subito dopo il sistema (sbarra con masse) inizia a ruotare. Dati *a*=10*cm*, *m*=200*g*, *v*=5*m*/s, determinare dopo l'urto:
    a. la velocità $\vec{v}_{cm}$ del centro di massa del sistema;
    b. il momento angolare $\vec{L}$ e la velocità angolare $\vec{\omega}$ di rotazione del sistema;
    c. l'energia cinetica rotazionale $E_k$.

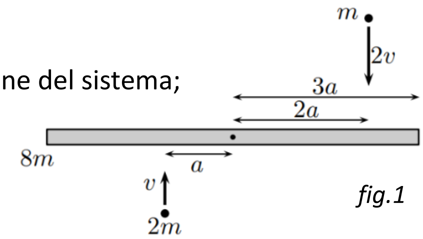



*fig.1*

4) Due masse di acqua, $m_1$=60*g* e $m_2$=40*g*, a temperatura $T_1$=310*K* e $T_2$=280*K* vengono mescolate in un recipiente a pareti adiabatiche e di capacità termica trascurabile. Nell'acqua viene successivamente immerso un blocco di alluminio di massa $m_3$=10*g* e a temperatura $T_3$=360*K*. Si determini la temperatura di equilibrio finale ($c_{Al}$=896 *J/KgK*, $C_{H20}$=4187 *J/KgK*).

5) Una mole di gas perfetto monoatomico compie il seguente ciclo: una trasformazione isobara irreversibile dallo stato A allo stato B, con $P_A$=5 *atm*, $V_A$=2 *l* e $V_B$=4 *l* ; una espansione libera dallo stato B a quello C, con $V_C$=3$V_A$ ; una trasformazione adiabatica reversibile dallo stato C allo stato D; una trasformazione isoterma reversibile a chiudere il ciclo da D ad A. Determinare:
    a. Il grafico della trasformazione nel piano (P,V) e le coordinate termodinamiche (P,V,T) per i quattro stati A,B,C,D;
    b. la variazione dell'energia interna ΔU, il calore e il lavoro per ciascuna trasformazione;
    c. il rendimento del ciclo.

**Soluzioni**

1) Indichiamo con M la motocicletta e con A l'automobile. Il moto dei due veicoli può essere descritto unidimensionalmente: A viaggia di moto rettilineo uniforme, M di moto uniformemente accelerato tra gli istanti $t_1$ e $t_2$.

   a. Per calcolare il tempo $t$ necessario affinché M raggiunga A eguagliamo gli spazi percorsi, tenendo conto dello spazio percorso da A alla velocità $v_0^{(A)} = 20\ m/s$ prima della partenza di M:

$$s^{(A)} = v_0^{(A)}(t_1 + t) = s^{(M)} = \frac{1}{2}at^2$$
$$at^2 - 2v_0^{(A)}t - 2v_0^{(A)}t_1 = 0$$

   che risolviamo, considerando accettabile solo la soluzione positiva:

$$t = \frac{v_0^{(A)} + \sqrt{\left(v_0^{(A)}\right)^2 + 2av_0^{(A)}t_1}}{a} = 12s$$

   La motocicletta M raggiunge quindi l'automobile A al tempo:

$$t_2 = t_1 + t = 18s$$

   Lo spazio percorso da M è uguale a quello percorso da A nell'intervallo ($t_0$ ; $t_2$), quindi:

$$s_2 = v_0^{(A)}t_2 = 360m$$

   b. Dopo aver raggiunto l'automobile, M procede ad una velocità costante, che si ottiene considerando l'accelerazione per il tempo $t$:

$$v_{t2}^{(M)} = at = 60\,{}^{m}/_{s} = 216\,{}^{km}/_{h}$$

2)

   a. Il dispositivo di misura è composto da due molle in parallelo, ognuna con costante elastica k, il che è equivalente ad una sola molla con costante elastica $k_t = 2k = 400N/m$ .

   Nota la compressione della molla si ricava l'accelerazione del sistema:

$$m_t a = k_t \Delta x \rightarrow a = \frac{k_t}{m_t}\Delta x = 6m/s^2$$

   b. La velocità del veicolo dopo $t_1$=9$s$ secondi è:

$$v_1 = at_1 = 54\ m/s$$

   L'energia cinetica a questa velocità è:

$$E_k = \frac{1}{2}Mv_1^2 \cong 583{,}2\ kJ$$

   Il lavoro fatto dal propulsore è uguale alla variazione di energia cinetica del veicolo; poiché questo parte da fermo si ha:

$$\Delta E_k = E_k = W$$

   dalla definizione di potenza otteniamo:

$$P = \frac{W}{t_1 - t_0} = \frac{E_k}{t_1} \cong 64{,}8\ kW$$

3)

a. La velocità del centro di massa è nulla in quanto:

$$M_{cm}V_{cm} = m(2v) - (2m)v = 0$$

di conseguenza dopo l'urto ruoterà attorno al centro di massa del sistema. Questo coincide con il centro dell'asticella, infatti al momento dell'urto si ha:

$$M_{cm}x_{cm} = m(2a) + (2m)(-a) + (8m \cdot 0) = 0$$

b. Il momento angolare del sistema prima dell'urto ha modulo:

$$L = (2a)m(2v) + a(2m)v = 6amv = 0.6\ kg\ m^2/s$$

Poiché $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, si ricava che è diretto lungo l'asse ortogonale al foglio, con verso entrante nel foglio (rotazione oraria). Non essendoci forze esterne impulsive agenti sul sistema (asse libero di ruotare senza attrito), tale momento resta invariato dopo l'urto.
La velocità angolare di rotazione è data dalla relazione $I\omega = L$, dove il momento d'inerzia *I* del sistema si calcola considerando la barretta con i due corpi puntiformi attaccati:

$$I = \frac{1}{12}(8m)(6a)^2 + m(2a)^2 + 2ma^2 = 30ma^2$$

$$\omega = \frac{L}{I} = \frac{6amv}{30ma^2} = \frac{v}{5a} = 10\ rad/s$$

Con $\vec{\omega}$ diretto come $\vec{L}$.

c. L'energia cinetica di rotazione è data dalla:

$$E_k^{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{30ma^2v^2}{25a^2} = \frac{3}{5}mv^2 = 3J$$

4) Il sistema è isolato quindi la somma algebrica dei calori scambiati dalle due masse deve essere nulla:

$$m_1c_{H2O}(T_1 - T_{acq}) + m_2c_{H2O}(T_2 - T_{acq}) = 0$$

$$T_{acq} = \frac{m_1T_1 + m_2T_2}{m_1 + m_2} = 298K$$

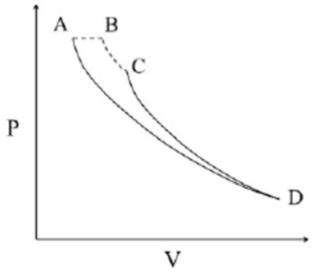
Quando viene poi inserito il blocco di alluminio, poiché l'acqua non va in ebollizione (è evidente che $T_{eq}$<$T_3$<373*K*), possiamo imporre l'equilibrio termico dei calori scambiati:

$$(m_1+m_2)c_{H2O}(T_{acq} - T_{eq}) + m_3c_{Al}(T_3 - T_{eq}) = 0$$

$$T_{eq} = \frac{(m_1+m_2)c_{H2O}T_{acq} + m_3c_{Al}T_3}{(m_1+m_2)c_{H2O} + m_3c_{Al}} = 299.3K$$

5)

a. La rappresentazione nel piano di Clapeyron è:




La trasformazione è caratterizzata dalle seguenti coordinate termodinamiche:

- Stato A: $P_A = 5atm = 5.07 \cdot 10^5Pa; V_A = 2.00l = 2.00 \cdot 10^{-3}m^3; T_A = \frac{P_AV_A}{nR} = 122K$
- Stato B: $P_B = P_A = 5atm = 5.07 \cdot 10^5Pa; V_B = 2V_A = 4.00l = 4.00 \cdot 10^{-3}m^3;$

$$T_B = \frac{P_BV_B}{nR} = 2T_A = 244K$$

- Stato C: $V_C = 3V_A = 6.00l = 6 \cdot 10^{-3} m^3$; $T_C = T_B = 244K$;
  $P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 3.30atm = 3.38 \cdot 10^5 Pa$
- Stato D: $T_D = T_A = 122K$; $V_D = V_C \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^{1/(\gamma-1)} = 17l = 17 \cdot 10^{-3} m^3$;
$$P_D = \frac{nRT_D}{V_D} = 0.597 \cdot 10^5 Pa$$

b. La variazione di energia interna lungo i rami della trasformazione è la seguente:
$$\Delta U_{AB} = nc_v(T_B - T_A) = 1.52\ kJ$$
$$\Delta U_{BC} = 0$$
$$\Delta U_{CD} = nc_v(T_D - T_C) = -1.52\ kJ$$
$$\Delta U_{DA} = 0$$

Calori scambiati e lavoro fatto nei rami della trasformazione:
$$Q_{AB} = nc_p(T_B - T_A) = 2.53\ kJ$$
$$L_{AB} = Q_{AB} - \Delta U_{AB} = nR(T_B - T_A) = 1.01\ kJ$$

$$Q_{BC} = L_{BC} = 0$$

$$Q_{CD} = 0$$
$$L_{CD} = -\Delta U_{CD} = 1.52\ kJ$$

$$Q_{DA} = L_{DA} = nRT_D \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right) = -2.17\ kJ$$

c. Il rendimento si ottiene calcolando il rapporto tra il lavoro totale $L_{tot}$ ed il calore assorbito $Q_{ass}=Q_{AB}$:
$$Q_{tot} = L_{tot} = 366.5\ J$$
da cui ricaviamo il rendimento:
$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{AB}} = 0.145 = 14.5\%$