Ingegneria Civile e Ambiente & Territorio

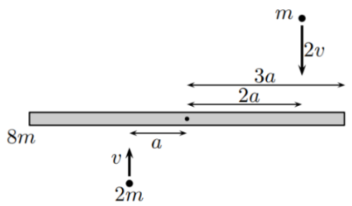
10 luglio 2018 – Prova scritta di Fisica Generale

1) Un motociclista, inizialmente fermo, viene superato all'istante t_0=0 da un'automobile in moto alla velocità costante $v_0^{(A)}$=72*km/h*. Dopo un tempo t_1=6*s* il motociclista parte nella stessa direzione dell'automobile con accelerazione costante $a = 5m/s^2$. All'istante t_2 il motociclista raggiunge l'automobile e smette di accelerare istantaneamente mantenendo la sua velocità costante. Determinare:

a. l'istante t_2 e la distanza percorsa dal motociclista per raggiungere l'automobile;
b. la velocità finale del motociclista.

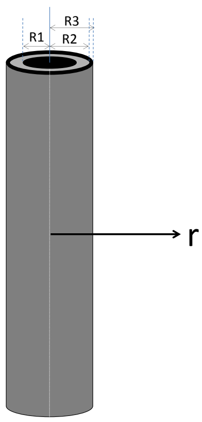
2) Una sbarra uniforme, di lunghezza 6*a* e massa 8*m* si trova su di un tavolo liscio orizzontale. Due corpi puntiformi, di massa *m* e 2*m*, si muovono sullo stesso piano orizzontale con velocità rispettivamente 2*v* e *v*, in direzione ortogonale alla sbarra e in versi opposti (come rappresentato in fig.1). I due corpi colpiscono contemporaneamente la sbarra rispettivamente alle distanze 2*a* ed *a* dal suo centro e rimangono poi attaccati ad essa. Subito dopo il sistema (sbarra con masse) inizia a ruotare. Dati *a*=10*cm*, *m*=200*g*, *v*=5*m*/s, determinare dopo l'urto:

a. la velocità $\vec{v}_{cm}$ del centro di massa del sistema;
b. il momento angolare $\vec{L}$ e la velocità angolare $\vec{\omega}$ di rotazione del sistema;
c. l'energia cinetica rotazionale E_k.



3) Una mole di gas perfetto monoatomico compie il seguente ciclo: una trasformazione isobara irreversibile dallo stato A allo stato B, con P_A=5 *atm*, V_A=2 *l* e V_B=4 *l* ; una espansione libera dallo stato B a quello C, con V_C=3V_A ; una trasformazione adiabatica reversibile dallo stato C allo stato D; una trasformazione isoterma reversibile a chiudere il ciclo da D ad A. Determinare:

a. Il grafico della trasformazione nel piano (P,V) e le coordinate termodinamiche (P,V,T) per i quattro stati A,B,C,D;
b. la variazione dell'energia interna ΔU, il calore e il lavoro per ciascuna trasformazione;
c. il rendimento del ciclo.



4) Un cilindro conduttore di raggio R1 ed altezza h (h>>>R1,R2,R3) è ricordato da uno plastica isolante di raggio interno R1 e raggio esterno R2. Fuori dallo strato plastico è presente ancora uno guscio metallico conduttore di raggio interno R2 e raggio esterno R3. Al conduttore interno viene data una carica Q. Determinare il campo elettrico in tutti i punti interni ed esterni lungo r, cioè lungo l'asse del cilindro (trascurare gli effetti di bordo).

5) Un generatore di resistenza interna r=5Ω è collegato, mediante un circuito di resistenza trascurabile, ad un resistore di resistenza R=100Ω. Se l'energia dissipata nel resistore in un tempo Δt=1ms è 10^{-3}J, determinare la forza elettromotrice del generatore e la corrente che circola nel circuito.

6) Un tratto di filo di lunghezza l=20cm, sezione S=2mm^2 e resistività ρ=10^{-3}Ωm viene disposto in modo da formare una spira circolare entro un campo magnetico uniforme di modulo B=1T, perpendicolare al piano della spira. In un intervallo di tempo Δt la forma della spira viene modificata da circolare a quadrata e la corrente media che circola è i(media)=i_m=2μA. Determinare l'intervallo di tempo Δt.

Ingegneria Civile e Ambiente & Territorio

10 luglio 2018 – Soluzioni della prova scritta di Fisica Generale

1) Indichiamo con M la motocicletta e con A l'automobile. Il moto dei due veicoli può essere descritto unidimensionalmente: A viaggia di moto rettilineo uniforme, M di moto uniformemente accelerato tra gli istanti t_1 e t_2.

a. Per calcolare il tempo t necessario affinché M raggiunga A eguagliamo gli spazi percorsi, tenendo conto dello spazio percorso da A alla velocità $v_0^{(A)} = 20\, m/s$ prima della partenza di M:

$$s^{(A)} = v_0^{(A)}(t_1 + t) = s^{(M)} = \frac{1}{2}at^2$$

$$at^2 - 2v_0^{(A)}t - 2v_0^{(A)}t_1 = 0$$

che risolviamo, considerando accettabile solo la soluzione positiva:

$$t = \frac{v_0^{(A)} + \sqrt{\left(v_0^{(A)}\right)^2 + 2av_0^{(A)}t_1}}{a} = 12s$$

La motocicletta M raggiunge quindi l'automobile A al tempo:

$$t_2 = t_1 + t = 18s$$

Lo spazio percorso da M è uguale a quello percorso da A nell'intervallo (t_0 ; t_2), quindi:

$$s_2 = v_0^{(A)}t_2 = 360m$$

b. Dopo aver raggiunto l'automobile, M procede ad una velocità costante, che si ottiene considerando l'accelerazione per il tempo *t*:

$$v_{t2}^{(M)} = at = 60\, {}^{m}/_{s} = 216\, {}^{km}/_{h}$$

2)

a. La velocità del centro di massa è nulla in quanto:

$$M_{cm}V_{cm} = m(2v) - (2m)v = 0$$

di conseguenza dopo l'urto ruoterà attorno al centro di massa del sistema. Questo coincide con il centro dell'asticella, infatti al momento dell'urto si ha:

$$M_{cm}x_{cm} = m(2a) + (2m)(-a) + (8m \cdot 0) = 0$$

b. Il momento angolare del sistema prima dell'urto ha modulo:

$$L = (2a)m(2v) + a(2m)v = 6amv = 0.6\, kg\, m^2/s$$

Poiché $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$, si ricava che è diretto lungo l'asse ortogonale al foglio, con verso entrante nel foglio (rotazione oraria). Non essendoci forze esterne impulsive agenti sul sistema (asse libero di ruotare senza attrito), tale momento resta invariato dopo l'urto.

La velocità angolare di rotazione è data dalla relazione $I\omega = L$, dove il momento d'inerzia *I* del sistema si calcola considerando la barretta con i due corpi puntiformi attaccati:

$$I = \frac{1}{12}(8m)(6a)^2 + m(2a)^2 + 2ma^2 = 30ma^2$$

$$\omega = \frac{L}{I} = \frac{6amv}{30ma^2} = \frac{v}{5a} = 10\ rad/s$$

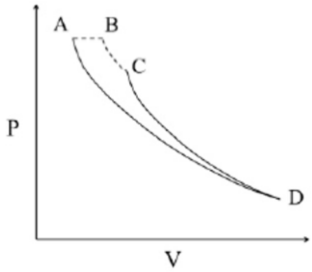
Con $\vec{\omega}$ diretto come $\vec{L}$.

c. L'energia cinetica di rotazione è data dalla:

$$E_k^{rot} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{30ma^2v^2}{25a^2} = \frac{3}{5}mv^2 = 3J$$

3)

a. La rappresentazione nel piano di Clapeyron è:



La trasformazione è caratterizzata dalle seguenti coordinate termodinamiche:

- Stato A: $P_A = 5atm = 5.07 \cdot 10^5 Pa; V_A = 2.00l = 2.00 \cdot 10^{-3} m^3; T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = 122K$
- Stato B: $P_B = P_A = 5atm = 5.07 \cdot 10^5 Pa; V_B = 2V_A = 4.00l = 4.00 \cdot 10^{-3} m^3;$
  $T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 2T_A = 244K$
- Stato C: $V_C = 3V_A = 6.00l = 6 \cdot 10^{-3} m^3; T_C = T_B = 244K;$
  $P_C = \frac{nRT_C}{V_C} = 3.30atm = 3.38 \cdot 10^5 Pa$
- Stato D: $T_D = T_A = 122K; V_D = V_C \left(\frac{T_C}{T_D}\right)^{1/(\gamma-1)} = 17l = 17 \cdot 10^{-3} m^3;$

$$P_D = \frac{nRT_D}{V_D} = 0.597 \cdot 10^5 Pa$$

b. La variazione di energia interna lungo i rami della trasformazione è la seguente:

$$\Delta U_{AB} = nc_v(T_B - T_A) = 1.52\ kJ$$
$$\Delta U_{BC} = 0$$
$$\Delta U_{CD} = nc_v(T_D - T_C) = -1.52\ kJ$$
$$\Delta U_{DA} = 0$$

Calori scambiati e lavoro fatto nei rami della trasformazione:

$$Q_{AB} = nc_p(T_B - T_A) = 2.53\ kJ$$
$$L_{AB} = Q_{AB} - \Delta U_{AB} = nR(T_B - T_A) = 1.01\ kJ$$

$$Q_{BC} = L_{BC} = 0$$

$$Q_{CD} = 0$$
$$L_{CD} = -\Delta U_{CD} = 1.52\ kJ$$

$$Q_{DA} = L_{DA} = nRT_D \ln\left(\frac{V_A}{V_D}\right) = -2.17\ kJ$$

c. Il rendimento si ottiene calcolando il rapporto tra il lavoro totale L_{tot} ed il calore assorbito $Q_{ass}=Q_{AB}$:

$$Q_{tot} = L_{tot} = 366.5\,J$$

da cui ricaviamo il rendimento:

$$\eta = \frac{L_{tot}}{Q_{AB}} = 0.145 = 14.5\%$$

4) Poiché il cilindro è molto lungo e vanno trascurati gli effetti di bordo, possiamo considerare che la carica si depositi tutta sulla superficie del cilindro interno. La densità di carica superficiale sarà quindi:

$$\sigma = \frac{Q}{2\pi R_1 h}$$

Applichiamo il teorema di Gauss su una superficie cilindrica di raggio r ed altezza h' (h'<h):

$$2\pi r h' E = \frac{q_{interna}}{\varepsilon}$$

Per r<R1 il campo elettrico sarà nullo perché interno ad un conduttore ($q_{interna}=0$)

Per R2>r>R1

$$2\pi r h' E = \frac{q_{interna}}{\varepsilon} = \frac{\sigma 2\pi R_1 h'}{\varepsilon} = \frac{Qh'}{h\varepsilon} \quad \rightarrow \quad E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon h\, r}$$

Per R3>r>R2 il campo elettrico sarà nullo perché interno ad un conduttore ($q_{interna}=0$ per effetto di schermo)

Per r>R3

$$2\pi r h' E = \frac{q_{interna}}{\varepsilon} = \frac{Qh'}{h\varepsilon} \quad \rightarrow \quad E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 h\, r}$$

Esercizio 5)

L'energia dissipata per effetto Joule è $W=Ri^2\Delta t$ da cui $i=\sqrt{(W/R\Delta t)}=0,1°$

La forza elettromotrice è data da $V=(R+r)i=10,5V$

Esercizio 6)

La resistenza della spira è $R=\rho(l/S)=100\Omega$

La variazione di flusso è $\Delta\Phi(\mathbf{B})=B(S_2-S_1)$

Con $S_1=\pi r^2=\pi(l/2\pi)^2=l^2/4\pi$ ed $S_2=l^2/16$

Essendo $Ri_m=-\Delta\Phi(\mathbf{B})/\Delta t$ segue $\Delta t=Bl^2(1/16-1/4\pi)/Ri_m=3,42s$