SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ambiente & Territorio

10 settembre 2018 – Prova scritta di Fisica 1

1) Un astronauta, atterrato su un nuovo pianeta, vuole fare una misura sperimentale della forza di gravità. Spicca un salto alla velocità di 9 m/s con una inclinazione di 30° ed atterra in una certa posizione. Dallo stesso punto spicca quindi un secondo salto alla stessa velocità con una inclinazione di 40° toccando il suolo 4m oltre il primo atterraggio. Determinare il valore dell'accelerazione di gravità del pianeta.

2) Una ruota di massa M (2 kg) e raggio R (20 cm) viene spinta su un piano orizzontale scabro (μ_s=0.5) da una forza F (5N) che agisce sull'asse della ruota (mediante di sistema di cuscinetti privi di attriti). La forza è rivolta verso l'alto con una inclinazione di 30° rispetto all'orizzontale. A seguito della forza la ruota avanza di rotolamento puro. Determinare:

A. il valore dell'attrito tra ruota e suolo;
B. il valore massimo della forza per cui il moto risulti ancora un rotolamento puro

3) Un blocco di massa m_B (5 kg) viene lanciato su un piano orizzontale scabro di coefficiente di attrito dinamico μ_d (0,6). Quando il blocco raggiunge la velocità v_B=5 m/s viene colpito da un proiettile di massa m_P=50g che viaggia orizzontalmente e nella stessa direzione della blocco alla velocità di 100 m/s. A seguito dell'impatto il proiettile rimane conficcato nel blocco. Si calcoli la distanza dal punto di impatto della posizione dove il blocco con il proiettile si fermeranno e quanto tempo impiegano.

4) Si consideri un sistema cilindro-pistone che non scambia massa con l'esterno e realizza un ciclo termodinamico costituito dalla successione di tre trasformazioni reversibili:
1. Compressione isoterma tra gli stati 1 e 2 (T_1=0°C, p_1=1 bar, p_2=60 bar),
2. Adduzione di calore isobara tra gli stati 2 e 3,
3. Espansione adiabatica tra gli stati 3 e 1.

Il fluido che subisce le trasformazioni è un gas ideale monoatomico. Disegnare le trasformazioni sul piano p-V e determinare il rendimento termodinamico del ciclo.

5) Un proiettile di piombo, avente velocita v=200m/s, penetra in un blocco di legno e si ferma. La temperatura iniziale del proiettile vale 20°C. Ammettendo che l'energia persa dal proiettile provochi un aumento di temperatura del proiettile, quanto vale la temperatura finale ? Quale dovrebbe essere la velocità del proiettile per aumentare la sua temperatura fino a raggiungere la temperatura di fusione del piombo (ossia 326,85°C)? Il calore specifico del piombo vale c_p =129,8 J/kg K.

Ingegneria Civile e Ambiente & Territorio

10 settembre 2018 – Soluzioni della prova scritta di Fisica 1

1) calcoliamo la lunghezza del salto sul nuovo pianeta soggetto alla gravità g':

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = v_y t - \frac{1}{2} g' t^2 \end{cases}$$

Imponiamo la condizione che l'astronauta ricada al suolo:

$$y = 0$$

Dalla relazione *y* si ricava:

$$t = \frac{2v_y}{g'}$$

Da cui si ricava

$$x = v_x t = \frac{2v_x v_y}{g'} = \frac{2v^2 \sin\theta \cos\theta}{g'} = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g'}$$

La differenza dei salti viene quindi:

$$\Delta x = \frac{v^2}{g'}(\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1)$$

Da cui si può calcolare il valore della gravità:

$$g' = \frac{v^2}{\Delta x}(\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) = 2{,}405\ \frac{m}{s^2}$$

2a) per studiare il moto di puro rotolamento scriviamo le equazioni cardinali della dinamica, imponendo la condizione di rotolamento puro $a = R\Omega$:

$$\begin{cases} m\vec{a} = \vec{F} + \vec{A} + \vec{P} + \vec{R}_n \\ I\vec{\Omega} = \vec{M}_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma_x = F_x - A \\ I\Omega = I\frac{a_x}{R} = RA \end{cases}$$

Calcolando il valore della accelerazione dalla seconda ed inserendolo nella prima si ottiene:

$$AR = \frac{I}{R}a_x = \frac{1}{2}mRa_x \quad \rightarrow \quad ma_x = 2A$$

$$ma_x = 2A = F_x - A \quad \rightarrow \quad A = \frac{1}{3}F_x = \frac{1}{3}F\cos\theta = 1{,}44\ N$$

2b) Per calcolare il valore della forza massima dobbiamo determinare il valore di attrito statico massimo che è dato dalla relazione:

$$A_{S-max} = \mu_s R_n$$

Dalla prima equazione cardinale della dinamica proiettata in direzione verticale si ricava:

$$ma_y = F_y + R_n - P = 0$$

Da cui

$$R_n = P - F_y$$

Quindi la condizione di forza massima si impone uguagliandola all'attrito statico massimo:

$$A_{S-max} = \mu_s R_n = \frac{1}{3} F_{x-max}$$

Sostituendo:

$$\mu_s(P - F_{y-max}) = \frac{1}{3} F_{x-max} \quad \rightarrow \quad \mu_s mg - \mu_s F_{max} \sin\theta = \frac{1}{3} F_{max} \cos\theta$$

$$F_{max} = \frac{\mu_s}{\frac{1}{3}\cos\theta + \mu_s \sin\theta} mg = 18{,}2\ N$$

3) Nell'urto perfettamente anelastico si conserva soltanto la quantità di moto:

$$m_B v_B + m_P v_P = (m_B + m_P)V$$

L'energia cinetica dell'insieme blocco+proiettile dopo l'impatto si deve estinguere con l'attrito:

$$\frac{1}{2}(m_P + m_B)V^2 = \mu_d (m_P + m_B) g L$$

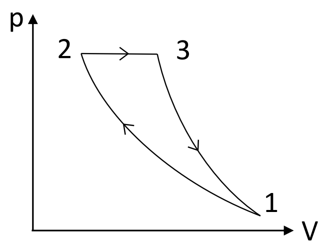
Risolvendo si ricava L:

$$V = \frac{m_B v_B + m_P v_P}{m_B + m_P} \quad \rightarrow \quad L = \frac{V^2}{2\mu_d g} = \frac{1}{2\mu_d g}\left(\frac{m_B v_B + m_P v_P}{m_B + m_P}\right)^2 = 3{,}0\ m$$

Il tempo impiegato può essere calcolato dalla legge oraria per la velocità, sapendo che il sistema è soggetto ad una decelerazione data dall'attrito dinamico $\mu_d g$:

$$V - \mu_d g\, t = 0 \quad \rightarrow \quad t = \frac{V}{\mu_d g} = \frac{m_B v_B + m_P v_P}{\mu_d g (m_B + m_P)} = 1{,}01\ s$$

4) Il rendimento del ciclo è dato dal rapporto tra il lavoro utile e il calore assorbito (nella trasformazione 12):



$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_{12} - |Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{12}}$$

Per la trasformazione isoterma il calore è negativo:

$$Q_{12} = L_{12} = nRT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln\frac{p_1}{p_2} = -nRT_1 \ln 60$$

Per la trasformazione isobara il calore invece è positivo:

$$Q_{23} = nc_p(T_3 - T_2)$$

La temperatura $T_2 = T_1$ in quanto gli stati sono collegati da una trasformazione isoterma. La temperatura T_3 può essere calcolata mediante la trasformazione politropica adiabatica che collega gli stati 1 e 3:

$$T_1 p_1^{\frac{1}{\gamma}-1} = T_3 p_3^{\frac{1}{\gamma}-1} = T_3 p_1^{\frac{1}{\gamma}-1} 60^{\frac{1}{\gamma}-1} \quad \rightarrow \quad T_3 = T_1 60^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

$$Q_{23} = nc_p T_1\left(60^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{12}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{nRT_1 \ln 60}{nc_pT_1\left(60^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1\right)} = 1 - \frac{R \ln 60}{c_p\left(60^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1\right)} = 1 - \frac{2\ \ln 60}{5\left(60^{1-\frac{3}{5}} - 1\right)} =$$

$$= 1 - \frac{2\ \ln 60}{5\left(60^{\frac{2}{5}} - 1\right)} = 0{,}60$$

5) Il calore assorbito dal proiettile di piombo è pari all'energia cinetica persa dal proiettile:

$$Q = mc\,\Delta T = \frac{1}{2}mv^2$$

La variazione di temperatura vale quindi:

$$\Delta T = \frac{v^2}{2c} = 154{,}08\,K = 154{,}08°C$$

La temperatura finale vale dunque:

$$T_F = (20 + 154{,}08)°C = 174{,}08°C \qquad (= 447{,}08K)$$

La velocità può essere calcolata dalla relazione sull'energia:

$$v = \sqrt{2c\,\Delta T'} = 282{,}23\ \frac{m}{s}$$