Ingegneria Civile e Ambiente & Territorio

10 settembre 2018 – Prova scritta di Fisica Generale

1) Un astronauta, atterrato su un nuovo pianeta, vuole fare una misura sperimentale della forza di gravità. Spicca un salto alla velocità di 9 m/s con una inclinazione di 30° ed atterra in una certa posizione. Dallo stesso punto spicca quindi un secondo salto alla stessa velocità con una inclinazione di 40° toccando il suolo 4m oltre il primo atterraggio. Determinare il valore dell'accelerazione di gravità del pianeta.

2) Una ruota di massa M (2 kg) e raggio R (20 cm) viene spinta su un piano orizzontale scabro (μ_s=0.5) da una forza F (5N) che agisce sull'asse della ruota (mediante di sistema di cuscinetti privi di attriti). La forza è rivolta verso l'alto con una inclinazione di 30° rispetto all'orizzontale. A seguito della forza la ruota avanza di rotolamento puro. Determinare:

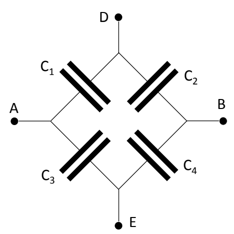
A. il valore dell'attrito tra ruota e suolo;
B. il valore massimo della forza per cui il moto risulti ancora un rotolamento puro

3) Si consideri un sistema cilindro-pistone che non scambia massa con l'esterno e realizza un ciclo termodinamico costituito dalla successione di tre trasformazioni reversibili:
1. Compressione isoterma tra gli stati 1 e 2 (T_1=0°C, p_1=1 bar, p_2=60 bar),
2. Adduzione di calore isobara tra gli stati 2 e 3,
3. Espansione adiabatica tra gli stati 3 e 1.

Il fluido che subisce le trasformazioni è un gas ideale monoatomico. Disegnare le trasformazioni sul piano p-V e determinare il rendimento termodinamico del ciclo.

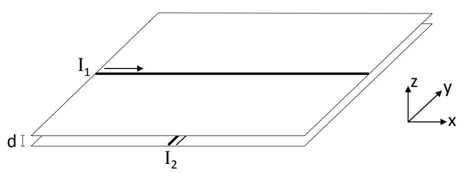
4) Un ponte elettrico formato da sole capacità è alimentato da una batteria che mantiene costante la differenza di potenziale tra le posizioni D ed E del circuito in figura (V_D-V_E=20V). Calcolare:

- la carica presente su ciascun condensatore
- la differenza di potenziale tra A e B (V_A-V_B).



5) Una sfera di raggio R ha densità di carica positiva a simmetria radiale con legge ρ=kr . Determinare il valore del campo elettrico nelle regioni di spazio r<R, r=R ed r>R.

6) Nel vuoto due fili rettilinei di lunghezza L=1 m mutualmente ortogonali, giacenti su due piani paralleli distanti d=1 cm, sono percorsi rispettivamente dalle correnti I_1=6A (lungo l'asse x) e I_2=8A (lungo l'asse y). Calcolare il vettore induzione magnetica $\underline{B}_0$ (modulo direzione e verso) nel punto medio del segmento che definisce la distanza minima tra i fili.



Ingegneria Civile e Ambiente & Territorio

10 settembre 2018 – Soluzioni della prova scritta di Fisica Generale

1) calcoliamo la lunghezza del salto sul nuovo pianeta soggetto alla gravità g':

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = v_y t - \frac{1}{2} g' t^2 \end{cases}$$

Imponiamo la condizione che l'astronauta ricada al suolo:

$y = 0$

Dalla relazione *y* si ricava:

$$t = \frac{2v_y}{g'}$$

Da cui si ricava

$$x = v_x t = \frac{2v_x v_y}{g'} = \frac{2v^2 \sin\theta \cos\theta}{g'} = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g'}$$

La differenza dei salti viene quindi:

$$\Delta x = \frac{v^2}{g'}(\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1)$$

Da cui si può calcolare il valore della gravità:

$$g' = \frac{v^2}{\Delta x}(\sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1) = 2{,}405\ \frac{m}{s^2}$$

2a) per studiare il moto di puro rotolamento scriviamo le equazioni cardinali della dinamica, imponendo la condizione di rotolamento puro $a = R\Omega$:

$$\begin{cases} m\vec{a} = \vec{F} + \vec{A} + \vec{P} + \vec{R}_n \\ I\vec{\Omega} = \vec{M}_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} ma_x = F_x - A \\ I\Omega = I\frac{a_x}{R} = RA \end{cases}$$

Calcolando il valore della accelerazione dalla seconda ed inserendolo nella prima si ottiene:

$$AR = \frac{I}{R}a_x = \frac{1}{2}mRa_x \quad \rightarrow \quad ma_x = 2A$$

$$ma_x = 2A = F_x - A \quad \rightarrow \quad A = \frac{1}{3}F_x = \frac{1}{3}F\cos\theta = 1{,}44\,N$$

2b) Per calcolare il valore della forza massima dobbiamo determinare il valore di attrito statico massimo che è dato dalla relazione:

$A_{S-max} = \mu_s R_n$

Dalla prima equazione cardinale della dinamica proiettata in direzione verticale si ricava:

$ma_y = F_y + R_n - P = 0$

Da cui

$R_n = P - F_y$

Quindi la condizione di forza massima si impone uguagliandola all'attrito statico massimo:

$$A_{S-max} = \mu_s R_n = \frac{1}{3} F_{x-max}$$

Sostituendo:

$$\mu_s (P - F_{y-max}) = \frac{1}{3} F_{x-max} \quad \rightarrow \quad \mu_s mg - \mu_s F_{max} \sin\theta = \frac{1}{3} F_{max} \cos\theta$$

$$F_{max} = \frac{\mu_s}{\frac{1}{3}\cos\theta + \mu_s \sin\theta} mg = 18{,}2\ N$$

3) Il rendimento del ciclo è dato dal rapporto tra il lavoro utile e il calore assorbito (nella trasformazione 12):

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{Q_{12} - |Q_{23}|}{Q_{12}} = 1 - \frac{|Q_{23}|}{Q_{12}}$$

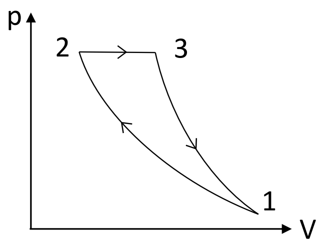
Per la trasformazione isoterma il calore è negativo:

$$Q_{12} = L_{12} = nRT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = nRT_1 \ln\frac{p_1}{p_2} = -nRT_1 \ln 60$$

Per la trasformazione isobara il calore invece è positivo:

$$Q_{23} = nc_p(T_3 - T_2)$$

La temperatura $T_2 = T_1$ in quanto gli stati sono collegati da una trasformazione isoterma. La temperatura T_3 può essere calcolata mediante la trasformazione politropica adiabatica che collega gli stati 1 e 3:



$$T_1 p_1^{\frac{1}{\gamma}-1} = T_3 p_3^{\frac{1}{\gamma}-1} = T_3 p_1^{\frac{1}{\gamma}-1} 60^{\frac{1}{\gamma}-1} \quad \rightarrow \quad T_3 = T_1 60^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

$$Q_{23} = nc_p T_1 \left(60^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{12}|}{Q_{23}} = 1 - \frac{nRT_1 \ln 60}{nc_pT_1\left(60^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1\right)} = 1 - \frac{R \ln 60}{c_p\left(60^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1\right)} = 1 - \frac{2\ \ln 60}{5\left(60^{1-\frac{3}{5}} - 1\right)} =$$

$$= 1 - \frac{2\ \ln 60}{5\left(60^{\frac{2}{5}} - 1\right)} = 0{,}60$$

4) Poiché la tensione è mantenuta costante tra i poli D ed E i condensatori C_1-C_3 e i condensatori C_2-C_4 sono tra loro in serie. Per cui le loro capacità equivalenti valgono:

$$C_{13} = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} \quad e \quad C_{24} = \frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4}$$

Sulle armature dei condensatori in serie sono presenti le stesse cariche:

$$Q_1 = Q_3 = \Delta V_{ED} C_{13} = (V_D - V_E)\frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} = 57{,}1\ \mu C$$

$$Q_2 = Q_4 = \Delta V_{ED} C_{24} = (V_D - V_E)\frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4} = 53{,}3\,\mu C$$

$$(V_A - V_B) = (V_D - V_B) - (V_D - V_A) = \frac{Q_2}{C_2} - \frac{Q_1}{C_1} = (V_D - V_E)\left[\frac{C_4}{C_2 + C_4} - \frac{C_3}{C_1 + C_3}\right] = -0{,}95V$$

5) r<R: Applichiamo il teorema di Gauss ad una superficie sferica concentrica alla sfera carica:

$$\int_0^r \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = E\,4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{V_r}\rho\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r kr'\,4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi k}{\varepsilon_0}\int_0^r r'^3 dr' = \frac{\pi k r^4}{\varepsilon_0}$$

Da cui il campo risulta essere:

$$E = \frac{kr^2}{4\varepsilon_0} \qquad (r < R)$$

r>R:

$$\int_0^r \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = E\,4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{V_R}\rho\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R kr'\,4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi k}{\varepsilon_0}\int_0^R r'^3 dr' = \frac{\pi k R^4}{\varepsilon_0}$$

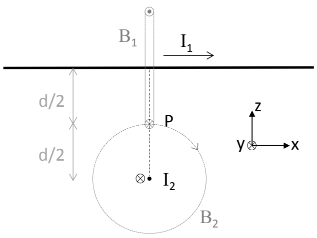
Da cui il campo risulta essere:

$$E = \frac{kR^4}{4\varepsilon_0 r^2} \qquad (r > R)$$

Nel punto di interfaccia il campo vale (sia tendendoci da destra che da sinistra):

$$E = \frac{kR^2}{4\varepsilon_0} \qquad (r = R)$$

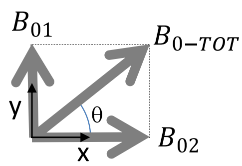
6)



Per la legge di Biot e Savart ogni filo produce nel punto P un campo di induzione magnetica di modulo:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{d}{2}}$$

Di cui: il filo 1, orientato lungo x, produce nel punto P un campo orientato lungo y; il filo 2, orientato lungo y, produce nel punto P un campo orientato lungo x. Il campo totale quindi si ottiene mediante l'applicazione del teorema di Pitagora alle componenti:



$$B_{0-TOT} = \sqrt{B_{01y}^2 + B_{02x}^2} = \frac{\mu_0}{2\pi\frac{d}{2}}\sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$

L'angolo θ vale:

$$\tan\theta = \frac{B_{01}}{B_{02}} = \frac{I_{01}}{I_{02}}$$