

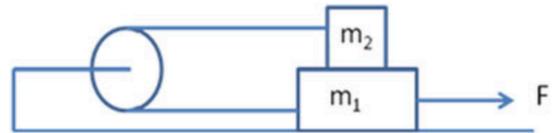


Prova di esame del 21 giugno 2018 – I Appello Ordinario

Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.

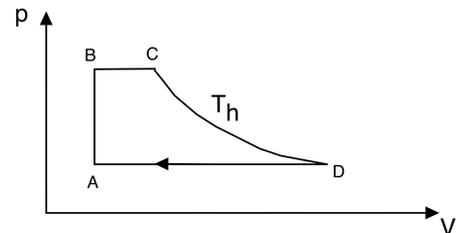
1. Un proiettile di massa 20 kg è sparato ad un angolo di 55° rispetto al piano orizzontale con una velocità iniziale v_0 pari a 350 m/s. Nel punto più alto della traiettoria, il proiettile esplode in due frammenti di massa eguale. Uno dei due frammenti, viene prodotto inizialmente fermo. Si trascuri l'effetto di attrito dell'aria e si calcoli:
 - a) dopo quanto tempo dallo sparo, avviene l'esplosione del proiettile
 - b) rispetto al punto iniziale, dove toccano terra i due frammenti

2. Due corpi di massa $m_1 = 0.8$ kg e $m_2 = 0.3$ kg sono attaccati ad una fune inestensibile di massa trascurabile, arrotolata ad una puleggia cilindrica (di massa $M = 1$ kg) che può ruotare senza attrito intorno al suo asse. La fune non può strisciare o scivolare attorno alla puleggia. La superficie dei corpi 1 e 2 è scabra ed il coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.4$ tra m_1 ed m_2 e tra m_1 ed il piano di appoggio è identico. Se una forza $F = 10$ N è applicata al corpo 1 diretta come in figura, calcolare l'accelerazione di m_1 .



3. Un recipiente d'acqua è riempito fino ad un livello alto $H = 50$ cm rispetto al piano di appoggio. Viene praticato un foro piccolo, su una delle pareti verticali del recipiente, ad una distanza $h = 30$ cm al di sotto del livello dell'acqua. Calcolare la distanza dalla parete verticale a cui il getto d'acqua colpisce il piano di appoggio zampillando.

4. Considerare il ciclo termodinamico reversibile composto da due isobare, una isocora e una isoterma a temperatura $T_h = T_c = 400$ K, rappresentato in figura. Il volume $V_C = 25$ l e la pressione $p_A = 101$ kPa. Se il lavoro prodotto nel ciclo è $L = 7.5$ kJ, determinare la quantità di calore ceduto e la temperatura T_A nell'ipotesi che il ciclo sia eseguito da $n = 2$ moli di gas perfetto biatomico.



5. Due macchine termiche utilizzano le stesse sorgenti, alle temperature $T_1 = 300$ K e $T_2 = 600$ K. La prima macchina, reversibile, assorbe $Q_2 = 2$ kJ e produce il lavoro L , la seconda macchina, irreversibile con rendimento $\eta_2 = 0.3$, produce lo stesso lavoro L . Calcolare:
 - a) il lavoro L
 - b) i calori Q'_1 e Q'_2 scambiati dalla seconda macchina alle temperature T_1 e T_2
 - c) la variazione di entropia dell'universo in un ciclo delle due macchine

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente alle seguenti domande.

- T1. Dimostrare che il lavoro delle forze non conservative è pari all'energia meccanica dissipata.
- T2. Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del II principio della Termodinamica



SOLUZIONI
della prova di esame del 16 marzo 2018

Esercizio 1

Il tempo a cui avviene l'esplosione è il tempo necessario a raggiungere la massima quota: $t = v_0 \sin \alpha / g = 29.25 \text{ s}$. Il frammento che cade verticalmente dopo l'esplosione, senza alcuna componente orizzontale della velocità, cade a distanza gittata/2 dal punto di lancio. $D_1 = \frac{1}{2} (v^2 \sin 2\alpha) / g = 5870 \text{ m}$. Il secondo frammento, per conservare la quantità di moto totale del sistema avrà componente orizzontale della velocità pari a $v = 2v_{\max} = 2 v_0 \cos \alpha = 401 \text{ m/s}$. La caduta balistica dalla massima altezza, con questa velocità iniziale, porta il secondo frammento ad una distanza $R_2 = v v_0 \sin \alpha / g = 11750 \text{ m}$ dal punto dell'esplosione. Pertanto la distanza dal punto iniziale sarà $D_2 = 17620 \text{ m}$.

Esercizio 2

Per ciascun corpo scriveremo: $m_1 a = F - f_1 - f_2 - T_1$, $N_1 - N_2 - m_1 g = 0$; $m_2 a = T_2 - f_2$, $N_2 - m_2 g = 0$; $\alpha l = l a / r = r T_1 - r T_2$. Considerando che le forze di attrito dinamico si scrivono rispettivamente $f_1 = \mu N_1$ e $f_2 = \mu N_2$ Dal sistema delle equazioni soprascritte e considerando che $l = \frac{1}{2} M r^2$ si ottiene per $a = [F - \mu (m_1 + 3 m_2) g] / (m_1 + m_2 + M/2) = 2.1 \text{ m/s}^2$.

Esercizio 3

Applicando il teorema di Bernoulli: $p_{\text{Atm}} + \rho g h_A = p_{\text{Atm}} + \rho g h_B + \rho v^2 / 2$. Si ottiene $\rho g (h_A - h_B) = \rho v^2 / 2$. Essendo $h_A - h_B = h$ si ricava $v = \sqrt{2gh}$. La distanza a cui cadrà l'acqua è pari a $R = vt$. Il tempo di caduta dell'acqua (la cui velocità è diretta parallelamente al piano orizzontale) è pari a $t = \sqrt{2(H-h)/g}$. Si ottiene $R = 2 \sqrt{h(H-h)} = 0.49 \text{ m}$.

Esercizio 4

Equazione di stato dei gas ideali: $V_D = nRT_h / p_A = 66 \text{ dm}^3$. $p_C = p_B = nRT_h / V_C = 260 \text{ kPa}$. Il lavoro prodotto nel ciclo è esprimibile come $L = (p_B - p_A) (V_C - V_B) + nRT_h \ln V_D / V_C$. Invertendo questa relazione si può calcolare $V_B = V_A$ dai dati del problema ed ottenere $V_B = 18.5 \text{ dm}^3$. Si ricava quindi $T_A = p_A V_B / nR = 113 \text{ K}$. In questo ciclo il calore è ceduto nel ramo DA. Tramite il primo principio si ottiene $Q_{DA} = \Delta U_{DA} + L_{DA} = n c_V \Delta T + p_A (V_A - V_D) = -6.25 \text{ kJ}$

Esercizio 5

Considerando la macchina termica reversibile avremo: $L = Q_{a,1} (1 - T_1/T_2) = 1 \text{ kJ}$. Per la seconda macchina avremo $Q_{a,2} = Q'_2 = L/\eta_2 = 3.33 \text{ kJ}$. Per calcolare il calore ceduto: $Q'_1 (1 - \eta_2) = -2.33 \text{ kJ}$. La variazione di entropia dell'universo è pari a quella dell'ambiente (essendo per un ciclo nulla la variazione di entropia del gas) $\Delta S_u = -Q'_2 / T_2 - Q'_1 / T_1 = 2.22 \text{ J/K}$.