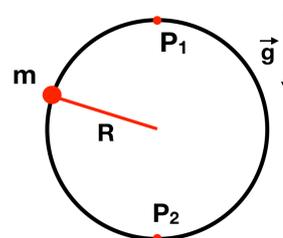


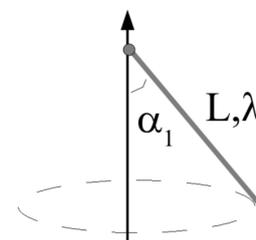


**Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.**

1. Nel sistema in figura la massa  $m$ , fissata tramite un filo di massa trascurabile e lunghezza  $R = 15$  cm ad un piolo, descrive un moto circolare in un piano verticale. Quando la massa transita dal punto più alto  $P_1$  la tensione del filo è nulla. Ricavare la velocità angolare della massa  $m$  nel punto inferiore  $P_2$  della traiettoria.

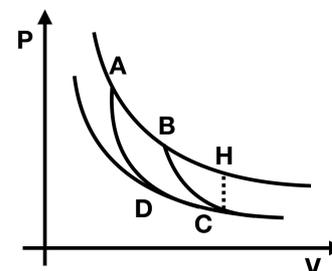


2. Nel sistema in figura la sbarra di lunghezza  $L$  e densità lineare  $\lambda$  è incernierata con un angolo  $\alpha_1 = 30^\circ$  ad un asse verticale  $C$ , posto in rotazione con velocità angolare  $\omega = 3$  s<sup>-1</sup>. Se ad un istante  $t$  un meccanismo interno al sistema asse-sbarra porta l'angolo fra l'asse e la sbarra ad un valore  $\alpha_2 = 40^\circ$ , calcolare la corrispondente velocità angolare. Si trascurino gli attriti.



3. Un ingegnere ha costruito un razzo capace di essere lanciato alla velocità  $v = 8.5$  km/s. Determinare da quale quota minima al di sopra della superficie terrestre va lanciato per consentirgli di sfuggire all'attrazione della Terra ( $M_T = 5.972 \times 10^{24}$  kg;  $R_T = 6371$  km;  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> / kg<sup>2</sup>).

4.  $n$  moli di un gas perfetto monoatomico compiono i due cicli ABCD ed AHCD illustrati in figura. Sapendo che  $V_B = 2 V_A$ , che le isoterme reversibili ABH e CD sono rispettivamente a  $T_1 = 400$  K e  $T_2 = 300$  K, che BC e DA sono adiabatiche reversibili e che HC è un'isocora irreversibile, calcolare il rendimento dei due cicli.



5. Una massa  $m = 250$  g di rame ad una temperatura  $T$  viene immersa in un recipiente contenente una massa  $m_a = 110$  g di acqua inizialmente alla temperatura  $T_a = 320$  K. Quando il sistema raggiunge l'equilibrio termico rimangono nel recipiente  $m_{a'} = 100$  g di acqua. Determinare la temperatura iniziale  $T$  del rame e calcolare la variazione di entropia dell'universo, sapendo che il calore latente di ebollizione dell'acqua è  $\lambda_e = 540$  cal/g. Si trascurino gli scambi di calore con l'ambiente esterno.  $c_{Cu} = 387$  J/kg K e  $c_a = 4187$  J/kg K, sono i calori specifici del rame e dell'acqua, rispettivamente.

### Sezione TEORIA

**Rispondete facoltativamente alle seguenti domande.**

- T1** Dimostrare che la risultante dei momenti di una coppia di forze interne è nulla rispetto a qualsiasi polo si scelga per il calcolo.
- T2** Dimostrare l'equivalenza degli enunciati del secondo principio della termodinamica nelle due formulazioni fatte da Kelvin-Planck e Clausius.



SOLUZIONI  
della prova di esame del 16 febbraio 2018

### Esercizio 1

Imponendo che la tensione sia nulla nel punto  $P_1$ , si ottiene  $a_c = g$  nel punto di massima quota, da cui  $\omega_1 = \sqrt{g/R}$ . Imponendo la conservazione dell'energia  $\Delta E_k = mg2R$  e quindi  $\omega_2 = \sqrt{\omega_1^2 + 4g/R} = 18.1 \text{ rad/s}$

---

### Esercizio 2

Il meccanismo interno non può alterare il momento angolare totale del Sistema. Imponendo  $I_{z1}\omega_1 = I_{z2}\omega_2$  si ottiene  $\omega_2 = \omega_1 (I_{z1}/I_{z2})$ . Per un'asta omogenea inclinata di un angolo  $\alpha$  rispetto all'asse di rotazione si ha  $I_z = mL^2/3 \sin^2\alpha$ . Da cui  $\omega_2 = \omega_1 (\sin^2\alpha_1/\sin^2\alpha_2) = 1.81 \text{ rad/s}$

---

### Esercizio 3

La quota minima è quella per cui il razzo raggiunge l'infinito con velocità nulla.

Si ha conservazione dell'energia meccanica:  $E(r=\infty) = E(r=R_T+h) = 0$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{(R_T + h)} \rightarrow h = \frac{2GM_T}{v^2} - R_T = 4,66 \cdot 10^3 \text{ km}$$

---

### Esercizio 4

a) Il Ciclo ABCD è un ciclo di Carnot ed ha rendimento  $\eta = 1 - T_1/T_2 = 0.25$

b) Il rendimento di AHCD si calcola tramite  $\eta = 1 + Q_c/Q_a$

$$V_C = V_H = V_B \left( \frac{T_A}{T_B} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad c_v = \frac{3}{2} R, \quad V_D = V_C \frac{V_A}{V_B}$$
$$\eta = 1 + \frac{n c_v (T_B - T_A) - n R T_B \log \left( \frac{V_C}{V_D} \right)}{n R T_A \log \left( \frac{V_H}{V_A} \right)} = 0.204$$

---

### **Esercizio 5**

Il blocco di Cu cede calore all'acqua che si porta alla temperatura di ebollizione  $T_e=373$  K e quindi evapora:

$$mc_{Cu}(T - T_e) = m_a c_a (T_e - T_a) + \Delta m \cdot \lambda_e \rightarrow T = 859 \text{ K}$$

$$\Delta S_{sist} = \Delta S_{acqua} + \Delta S_{Cu} + \Delta S_{evap} = \int_{T_a}^{T_e} \frac{m_a c_a dT}{T} + \int_T^{T_e} \frac{mc_{Cu} dT}{T} + \frac{\Delta m \cdot \lambda_e}{T_e} \rightarrow \Delta S_{sist} = 50.5 \text{ J/K}$$