



Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un oggetto, assimilabile ad un punto materiale, vola orizzontalmente ad una quota $h=30$ m con velocità costante $v=5$ ms⁻¹. Calcolare:
 - a) la minima velocità v_0 che un proiettile, sparato da terra nel momento in cui l'oggetto si trova sulla verticale, deve possedere per colpire l'oggetto;
 - b) nelle precedenti condizioni, l'angolo di tiro rispetto all'orizzontale.
2. Una mola, il cui momento d'inerzia vale $I=0.3$ kg m², ruota con velocità angolare costante $\omega_0=300$ rad/s. Dall'istante $t_0=0$ s, alla mola viene applicata una coppia frenante di momento costante $M=3$ Nm. Calcolare:
 - a) quanto tempo impiega la mola a fermarsi;
 - b) quanti giri compie prima di fermarsi;
 - c) il lavoro totale compiuto dalla coppia frenante.
3. Un satellite viene lanciato dalla superficie della luna (massa $M = 7.23 \cdot 10^{22}$ kg e raggio $R = 1.74 \cdot 10^6$ m) con una velocità iniziale v_0 orientata a 30° rispetto alla verticale. Il satellite raggiunge una distanza massima pari a $R/2$ rispetto al centro del pianeta per poi ricadere verso la superficie. Calcolare il modulo della velocità iniziale v_0 .
4. Una mole di gas perfetto monoatomico partendo da uno stato di equilibrio caratterizzato dalla pressione p_0 e dalla temperatura $T_0=300$ K, esegue la trasformazione: $p = p_0 e^{-k(T - T_0)}$ dove $k=7 \cdot 10^{-2}$ K⁻¹.
Determinare: a) il calore molare lungo la trasformazione;
b) il lavoro eseguito dal gas quando la pressione finale è la metà di quella iniziale.
5. Si consideri una trasformazione termodinamica reversibile eseguita da un gas perfetto monoatomico. Essa è costituita da una espansione isoterma AB, seguita da una trasformazione isocora BC. I parametri termodinamici dello stato iniziale A sono p_A , $V_A = 0.1$ m³ e $T_A = 400$ K, mentre quelle dello stato finale C sono p_C , $V_C = 0.25$ m³ e $T_C = 250$ K. Disegnare qualitativamente la trasformazione nel piano (p , V). Sapendo che il calore scambiato dal gas durante la trasformazione AC è pari a $Q_{AC} = +14.1$ kJ, determinare il numero di moli del gas e la variazione di entropia del gas.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.
- T2. Dimostrare che l'Entropia di un sistema isolato non può diminuire.



SOLUZIONI
della prova di esame del 19 luglio 2018

Esercizio 1

$$a) \quad v_{0,\min} = \sqrt{v^2 + 2gh} = 24.77 \text{ m/s}$$

$$b) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{0y,\min}}{v} \Rightarrow \alpha = 78.36^\circ$$

Esercizio 2

$$I\alpha = -M \Rightarrow \alpha = -10 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = 0 \Rightarrow t_f = 30\text{s}$$

$$\theta(t) = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow \vartheta(t_f) = 4500 \text{ rad} = 716.6 \text{ giri}$$

$$L = K_f - K_i = -\frac{1}{2} I \omega_0^2 \Rightarrow L = -13.5 \text{ kJ}$$

$$\text{oppure } L = M\vartheta \Rightarrow L = -13.5 \text{ kJ}$$

Esercizio 3

Dalla conservazione del momento angolare (iniziale e all'apogeo) si ha: $m v_0 R \sin 30^\circ = m v \frac{5}{2} R$.

Dalla conservazione dell'energia meccanica avremo: $\frac{1}{2} m v_0^2 - G M m / R = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{2}{5} G M m / R$.

Si ottiene quindi $v_0 = \sqrt{5GM / 4R} = 1.87 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Esercizio 4

$$c_k = \frac{\partial Q}{\partial T} = c_V + p \frac{dV}{dT} ; \left. \begin{array}{l} p = p_0 e^{-k(T-T_0)} \\ p = RT/V \end{array} \right\} \Rightarrow V = \frac{RT}{p_0} e^{+k(T-T_0)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{R}{p_0} e^{+k(T-T_0)} (1+kT) \Rightarrow c_k = c_V + R(1+kT) =$$

$$p_f = \frac{p_0}{2} e^{-k(T_f-T_0)} \Rightarrow T_f = 310 \text{ K}$$

$$L = Q - \Delta U + L = \int_{T_0}^{T_f} c_k dT - c_V (T_f - T_0) \Rightarrow L = 444 \text{ cal}$$

Esercizio 5

Il calore nell'isoterma sarà pari a $Q_{AB} = n R T_A \ln V_C/V_A$.

Quello nell'isocora sarà pari a $Q_{BC} = n c_V (T_C - T_B)$.

$$n = Q_{AC} / (R T_A \ln V_C/V_A + c_V (T_C - T_A)) = 12.$$

$$\Delta S_{AC} = n R \ln V_C/V_A + n c_V \ln T_C/T_A = 21 \text{ J/K}.$$