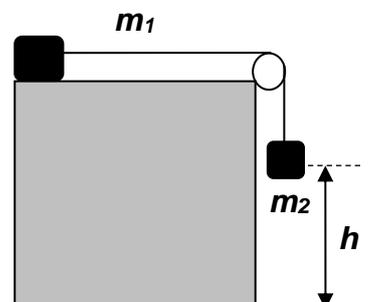




Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti

1. Una massa $m_1=3$ kg giacente su un piano orizzontale è collegata tramite una fune (filo ideale) e una carrucola (priva di massa) ad una seconda massa $m_2=5$ kg che si trova ad un'altezza $h=2$ m dal suolo. Il coefficiente di attrito dinamico tra m_1 e il piano è $\mu_d=0,3$. I blocchi vengono lasciati partire da fermi. Calcolare, supponendo entrambe le masse assimilabili a punti materiali:
 - a) la tensione T della fune;
 - b) lo spazio totale percorso dalla massa m_1 sul piano (nell'ipotesi che lo spazio prima della carrucola sia sufficiente per garantire l'arresto).



2. Un disco con asse orizzontale ed una sfera (entrambi omogenei) affrontano in salita un piano inclinato scabro partendo rispettivamente con velocità iniziale V_d e V_s . Nell'ipotesi che il loro moto sia di puro rotolamento, determinare quanto deve valere il rapporto V_d/V_s affinché raggiungano la stessa quota h .
3. Una sfera omogenea, di volume $V = 25$ dm³ e densità ρ , è trattenuta, completamente immersa nell'acqua di un grande recipiente, da una funicella ideale ancorata al fondo, soggetta ad una tensione $T = 200$ N. A causa della rottura della funicella, la sfera emerge raggiungendo una nuova posizione di equilibrio. Determinare la frazione di sfera emergente.
4. Una mole di gas perfetto monoatomico, inizialmente a temperatura $T_0=100^\circ\text{C}$, compie una trasformazione politropica seguendo la legge $pT^2=cost$. Calcolare la quantità di calore che deve essere fornita al gas per raddoppiarne il volume ed il lavoro conseguente.
5. Un recipiente adiabatico contiene al suo interno un pistone diatermico. Inizialmente il pistone è bloccato in maniera tale da dividere il recipiente in due parti A e B di ugual volume ($V_A=V_B=1\text{dm}^3$), contenenti lo stesso tipo di gas perfetto alla temperatura $T=300\text{K}$. Inizialmente la pressione del gas nelle due parti è differente e pari a $p_A=1.5$ atm e $p_B=2.5$ atm, rispettivamente. Se si sblocca il pistone (da considerare idealmente privo di massa), il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio. Determinare i valori finali di temperatura e pressione e la variazione di entropia del sistema.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.
- T2. Dimostrare che l'Entropia di un sistema isolato non può diminuire.



SOLUZIONI

Esercizio N. 1

Essendo
$$a = \frac{(m_2 - \mu_d m_1) g}{(m_2 + m_1)} = 5.0 \text{ m/s}^2$$

• a) $T = \mu_d m_1 g + m_1 a = 23.9 \text{ N}$

Al momento dell'impatto al suolo di m_2 la velocità di m_1 sarà:

$$v = \sqrt{2ah} = 4.5 \text{ m/s}$$

Essendo
$$\frac{1}{2} m_1 v^2 = \mu_d m_1 g \Delta s$$

• b) $\Delta s = \frac{v^2}{2\mu_d g} = 3.4 \text{ m} \Rightarrow s = \Delta s + h = 5.4 \text{ m}$

Esercizio N. 2

Essendo $I_c = b_x m R^2$ con $b_{disco} = 1/2$ e $b_{sfera} = 2/5$

$$\frac{1}{2} I_c \omega^2 + \frac{1}{2} m V_c^2 = mgh; \quad V_c = R\omega \Rightarrow (1+b) V_c^2 = 2gh$$

$$\frac{(V_c)_{disco}}{(V_c)_{sfera}} = \sqrt{\frac{1+b_{sfera}}{1+b_{disco}}} = \sqrt{\frac{14}{15}} = 0.966$$

Esercizio N. 3

Prima della rottura:

$$T = \rho_a V g - \rho V g \Rightarrow \rho = \rho_a - \frac{T}{Vg} = 184 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Dopo la rottura, detto V_1 il volume immerso:

$$\rho_a V_1 g = \rho V g \Rightarrow V_1 = \frac{\rho V}{\rho_a} \Rightarrow \frac{V - V_1}{V} = 0,816$$

Esercizio N. 4

$$pT^2 = \text{cost} \Rightarrow V^{-1}T^3 = \text{cost} \Rightarrow T_f = \sqrt[3]{2}T_0 = 470 \text{ K}$$

$$c_k = c_V + \frac{R}{1-k} = \frac{9}{2}R \Rightarrow Q = \frac{9}{2}R (T_f - T_0) = 3627 \text{ J}$$

$$L = Q - \Delta U = 3R \Delta T = 2418 \text{ J}$$

Esercizio N. 5

La trasformazione è adiabatica ed irreversibile.

$$Q = 0 \quad L = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta U = 0 \quad T_f = T_i = T$$

$$p_A V_A = n_A RT \quad 2V_A = V \quad \Rightarrow n_A = \frac{p_A V}{2RT}$$

$$p_B V_B = n_B RT \quad 2V_B = V \quad \Rightarrow n_B = \frac{p_B V}{2RT}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_f V_A' = n_A RT = \frac{p_A V}{2} \\ p_f V_B' = n_B RT = \frac{p_B V}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow p_f = \frac{p_A + p_B}{2} = 2 \text{ atm}$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_A + \Delta S_B = \frac{p_A V}{2T} \ln \frac{V_A'}{V_A} + \frac{p_B V}{2T} \ln \frac{V_B'}{V_B} = \\ &= \frac{V}{2T} \left(p_A \ln \frac{p_A}{p_f} + p_B \ln \frac{p_B}{p_f} \right) = 4.3 \cdot 10^{-2} \text{ J/K} \end{aligned}$$