



Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Una molla di costante elastica $K=40$ N/m e lunghezza a riposo $L_0=1$ m è appesa al soffitto di una stanza di altezza $H=3$ m. All'altra estremità della molla è attaccata una pallina di massa $M=1$ kg. La pallina è vincolata da delle guide a muoversi solo in verticale. Calcolare:
a) a quale distanza dal soffitto si trova la posizione di equilibrio del sistema;
b) il periodo con cui oscillerà la pallina M se la molla viene allungata di qualche centimetro e poi rilasciata.
2. Un corpo (assimilabile ad un punto materiale) di massa m viene posto, in quiete, in posizione instabile sulla superficie liscia di un cilindro di raggio R , bloccato con l'asse in posizione orizzontale. A causa di una piccola perturbazione il corpo prende a muoversi per effetto della gravità. Determinare in quale punto, individuato dall'angolo φ_0 sotteso dall'arco percorso, avviene il distacco dal cilindro.
3. Un cilindro di ferro, di densità $\rho = 7,86$ g/cm³ ed altezza $h = 27$ cm, galleggia con l'asse verticale, immerso nel mercurio la cui densità vale $\rho_1 = 13,59$ g/cm³. Calcolare:
a) la parte immersa, in condizioni di equilibrio;
b) la nuova altezza di immersione del cilindro nel mercurio se si versa dell'acqua, di densità $\rho_2 = 1$ g/cm³, nel recipiente contenente il mercurio fino a che il cilindro non resta completamente immerso. Si assuma che mercurio ed acqua non possono mescolarsi.
4. In una giornata invernale viene dimenticata aperta per molte ore la finestra di una stanza di volume $V = 80$ m³. La temperatura ambiente è $T_{amb} = 10$ °C e la pressione atmosferica è $P_{amb} = 10^5$ Pa. Quando il proprietario rientra a casa chiude la stanza e accende il riscaldamento. Dopo 4 ore la temperatura nella stanza è $T_f = 20$ °C. Supponendo che i serramenti chiudano ermeticamente la stanza, determinare la pressione P_f dell'aria nella stanza, assumendo che si tratti di un gas perfetto biatomico. Determinare la quantità di calore assorbita dall'aria quando la sua temperatura all'interno della stanza passa da T_{amb} a T_f .
5. Un sistema termodinamico ha un'energia interna $U(T)=aT^2+bT$ e compie una trasformazione irreversibile da uno stato iniziale $A (T_A, V_A)$ ad uno stato finale $B (T_B, V_B=V_A)$ che richiede un lavoro L . Determinare:
a) la quantità di calore Q_1 scambiata durante la trasformazione AB ;
b) la variazione di entropia ΔS_{AB} ;
c) la quantità di calore Q_2 che deve essere scambiata per riportare il sistema dallo stato B allo stato A con una trasformazione reversibile.
[$a=3$; $b=10$; $T_A=200$ K; $T_B=100$ K; $|L|=3$ kJ]

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente alle seguenti domande.

T1 Ricavare l'energia potenziale della forza gravitazionale.

T2 Spiegare l'equivalente meccanico della caloria.



SOLUZIONI
della prova di esame del 19 gennaio 2018

Esercizio 1

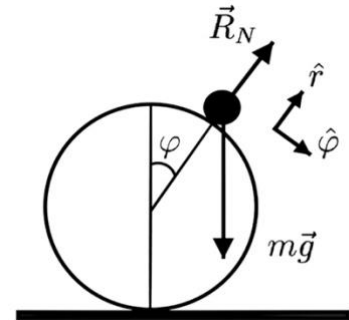
a) $K(x - L_0) = Mg$ $x = L_0 + Mg/K = 1.25 \text{ m}$

b) $\omega = (K/M)^{1/2}$ $T = 2\pi(M/K)^{1/2} = 0.99 \text{ s}$

Esercizio 2

asse $\hat{r} \rightarrow -mg\cos\varphi + R_N = ma_r = -m\frac{v^2}{R}$

al distacco $\rightarrow R_N = 0 \rightarrow v_d^2 = Rg\cos\varphi_0$



$K_f - K_i = U_i - U_f \rightarrow \frac{1}{2}mv_d^2 = mgR(1 - \cos\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = 48^\circ$

Esercizio 3

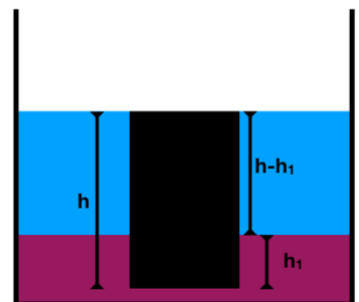
All'equilibrio, nella condizione iniziale:

$\rho V g = \rho_1 h_1 S g$; $\rho h = \rho_1 h_1$ da cui $h_1 = 15,6 \text{ cm}$.

All'equilibrio, dopo che è stata aggiunta acqua (come mostrato in figura),
la nuova altezza di immersione h_1 si calcola tramite

$\rho V g = \rho_1 h_1 S g + \rho_2 (h - h_1) S g$ da cui:

$h_1 = h (\rho - \rho_2) / (\rho_1 - \rho_2) = 14,7 \text{ cm}$.



Esercizio 4

$$p_{amb}V = nRT_{amb} \rightarrow n = 3.4 \cdot 10^3 \text{ moli.}$$

$$p_f V = nRT_f \rightarrow p_f = 1.035 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

La trasformazione termodinamica avviene a volume costante (lavoro nullo), pertanto, in base al primo principio della termodinamica $\Delta U = Q - L \rightarrow \Delta U = Q = nc_v \Delta T = 707 \text{ kJ}$

Esercizio 5

$$a) Q_1 = \Delta U + L = aT_B^2 + bT_B - (aT_A^2 + bT_A) - |L| \rightarrow Q_1 = -94 \text{ kJ}$$

$$b) \Delta S_{AB} = \int_{T_A}^{T_B} \left(\frac{dU + pdV}{T} \right)_{rev}$$

$$\text{essendo } dV = 0 \text{ e } dU = (2aT + b)dT \rightarrow \Delta S_{AB} = -607 \text{ J/K}$$

c) riportando il sistema allo stato iniziale con una isocora reversibile $dV = 0$

$$Q_2 = \Delta U = aT_A^2 + bT_A - (T_B^2 + bT_B) \rightarrow Q_2 = 91 \text{ kJ}$$
