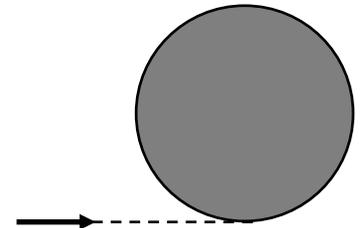




Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un punto descrive una traiettoria circolare di raggio $R = 0.3$ m, inizialmente con moto uniforme con velocità angolare $\omega_0 = 0.4$ rad/s. All'istante $t = 0$ s il moto diviene accelerato tangenzialmente con $\alpha(t) = 0.15 t$ rad/s² dipendente dal tempo. Calcolare all'istante $t = 6$ s:
- la velocità angolare;
 - il modulo dell'accelerazione;
 - l'angolo che l'accelerazione forma con la tangente alla circonferenza.

2. Un disco omogeneo di raggio $R=1$ m e massa $M=1$ kg è disposto su un piano verticale essendo vincolato a ruotare con attrito intorno al suo asse orizzontale fisso passante per il centro di massa. Un oggetto puntiforme di massa $m = 10$ g viene sparato contro il disco, con velocità orizzontale $v_p = 20$ m/s e vi si conficca nel punto Q (vedi figura). Sapendo che, dopo l'urto, la massima deviazione angolare del sistema è $\vartheta = 30^\circ$, calcolare il lavoro compiuto dalle forze di attrito tra l'asse e il disco.



3. Un cilindro di rame ($\rho_{Cu} = 8.9$ g/cm³) di massa 1.5 kg è appeso mediante un filo ideale in un recipiente **pieno** d'acqua in modo da affiorare con la faccia superiore sul pelo libero dell'acqua. **(a)** Calcolare la tensione T del filo. **(b)** Quale sarà la nuova tensione T se il cilindro, tirando il filo, viene fatto emergere per metà dall'acqua?



4. Una mole di gas perfetto monoatomico occupa inizialmente un volume V_0 alla temperatura $T_0 = 300$ K. Il gas si espande fino a raddoppiare il suo volume seguendo una trasformazione reversibile di equazione $p(V) = p_k \exp(-V/V_0)$, con p_k costante. Si calcolino: **a)** la temperatura finale del gas; **b)** il calore scambiato dal gas nella trasformazione.
5. Un sistema termodinamico è composto da tre parti: un pezzo di carta vetrata di capacità termica $c_1=2$ cal/°C, un blocchetto di rame di capacità termica $c_2= 8$ cal/°C e un termostato a temperatura $T_1=20$ °C. Tutte e tre le parti sono inizialmente alla stessa temperatura T_1 e subiscono poi le seguenti trasformazioni: I) strofinando il rame sulla carta vetrata si innalza la temperatura di ambedue al valore $T_2= 30^\circ\text{C}$; II) mettendo la carta vetrata e rame in contatto con il termostato, si riporta tutto il sistema alla temperatura iniziale T_1 . Calcolare la variazione di entropia del sistema:
- nella prima trasformazione;
 - nella seconda trasformazione;
 - dire inoltre se la trasformazione complessiva è reversibile oppure no.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.
- T2. Dimostrare che l'Entropia di un sistema isolato non può diminuire.

SOLUZIONI

1) Per la velocità angolare si ha $\omega_f - \omega_i = 1/2 \alpha t^2$ da cui $\omega_f = 3.1 \text{ rad/s}$. L'accelerazione totale al tempo $t = 6 \text{ s}$ è pari ad $a_{\text{TOT}} = 2.9 \text{ m/s}^2$ mentre l'angolo rispetto alla tangente alla circonferenza $\vartheta = \text{atan}(a_N/a_T) = 1.54 \text{ rad (88}^\circ)$

2) L'energia complessivamente dissipata da tutte le forze non conservative è:

$$L_{NC} = L_{\text{urto}} + L_{\text{attrito}} = \Delta E = mgR(1 - \cos \phi) - \frac{1}{2} m v_p^2$$

L'energia dissipata nell'urto è $L_{\text{urto}} = \Delta E_{\text{urto}} = \frac{1}{2} I_{\text{tot}} \omega^2 - \frac{1}{2} m v_p^2$

Il lavoro fatto dall'attrito è $L_{\text{attrito}} = \Delta E_{\text{attrito}} = mgR(1 - \cos \phi) - \frac{1}{2} I_{\text{tot}} \omega^2$

Per la conservazione del momento angolare si ha $m v_p R = I_{\text{tot}} \omega$

essendo $I_{\text{tot}} = \frac{1}{2} M R^2 + m R^2$

si ha che $L_{\text{attrito}} = mgR(1 - \cos \phi) - \frac{1}{2} m v_p^2 \left(\frac{m R^2}{I_{\text{tot}}} \right) = \Delta E - L_{\text{urto}} = -26 \text{ mJ}$

3) Nel caso a) $T = P_A - Mg = 0$ con $P_A = \rho_A \cdot g \cdot M / \rho_r$. Si ottiene $T = Mg (1 - \rho_A / \rho_r) = 13.1 \text{ N}$. Nel caso b) l'equazione diviene $T = Mg (1 - \rho_A / (2 \cdot \rho_r)) = 13.9 \text{ N}$.

4) Considerato che $p_0 = p_k/e$ e $p_f = p_0/e$ la temperatura finale del gas varrà: $T_1 = 221 \text{ K}$. $\Delta U = n c_v (T_1 - T_0) = 3/2 n R T_0 (2/e - 1)$ mentre $L = \int p dV = n R T_0 (1 - 1/e)$ da cui $Q = 588 \text{ J}$

5) La variazione di entropia è:

a) per la prima trasformazione:

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = (c_1 + c_2) \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = (c_1 + c_2) \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.335 \text{ cal/K};$$

b) per la seconda trasformazione:

$$\Delta S_2 = (c_1 + c_2) \int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T} + (c_1 + c_2) \frac{\Delta T}{T_1} = 0.006 \text{ cal/K};$$

c) per la trasformazione complessiva si ha $\Delta S_{\text{tot}} = 0.341 \text{ cal/K}$

e quindi la trasformazione complessiva è irreversibile.