



Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

17 giugno 2019 – Prova scritta di Fisica 1

- 1)** Le lancette di un orologio indicano le ore 3. **A)** Dopo quanto tempo le lancette si ritrovano per la prima volta ad angolo retto? **B)** Se l'orologio non fosse preciso e la lancetta dei minuti impiegasse solo 58 min per fare un giro completo di 1 ora, dopo quanto tempo le lancette saranno nella posizione ad angolo retto?
- 2)** Un flipper è costituito da una molla (costante elastica $k=313,6$ N/m) che lancia una biglia di metallo (raggio 1,5 cm, massa 100 gr) prima lungo un piano orizzontale di 20 cm, e successivamente lungo un piano inclinato verso l'alto (angolo di inclinazione $+30^\circ$). Si consideri la molla inizialmente contratta di $x=5$ cm rispetto alla propria dimensione a riposo. **A)** Calcolare l'altezza raggiunta dalla biglia se i piani siano perfettamente lisci. Ipotizzando invece che sui piani agisca sempre un attrito statico: **B)** calcolare la velocità di rotazione della biglia alla fine del piano orizzontale e **C)** l'altezza massima raggiunta.
- 3)** Una motocicletta di massa $m=300$ kg percorre una traiettoria curva di raggio $R=80$ m inclinandosi di un angolo $\theta=30^\circ$ rispetto alla direzione verticale. **A)** Determinare la velocità della motocicletta. **B)** Calcolare il valore dell'attrito sotto la ruota.
- 4)** Un proiettile di piombo, avente velocità $v = 200$ m/s, penetra in un blocco di legno e si ferma. La temperatura iniziale del proiettile vale 20°C . Ammettendo che l'energia persa dal proiettile provochi un aumento di temperatura soltanto del proiettile, **A)** quanto varrebbe la sua temperatura finale? **B)** Quale dovrebbe essere la velocità del proiettile per aumentare la sua temperatura fino a raggiungere la temperatura di fusione del piombo (ossia $326,850^\circ\text{C}$)? Il calore specifico del piombo vale $c_{\text{pb}} = 129,8$ J/kg $^\circ\text{C}$.
- 5)** Un recipiente adiabatico è diviso in due parti uguali da una parete isolante. Una parte contiene un gas perfetto a temperatura e pressione iniziali $T_1 = 300\text{K}$ e $p_1=10^5\text{Pa}$ (≈ 1 atm). Nell'altra parte è contenuta una quantità dello stesso gas perfetto a temperatura e pressione iniziali $T_2 = 500\text{K}$ e $p_2=3 \cdot 10^5\text{Pa}$ (≈ 3 atm). La parete viene quindi rimossa e i due gas si mescolano: determinare **A)** la temperatura e **B)** la pressione del gas nella condizione di equilibrio finale.



Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

17 giugno 2019 – Soluzioni della prova scritta di Fisica 1

1a) Le leggi orarie della lancetta delle ore e dei minuti sono:

$$\theta_o = \frac{\pi}{2} + \omega_o t$$

$$\theta_m = \omega_m t$$

dove

$$\omega_o = \frac{2\pi}{12 \text{ ore}} = \frac{2\pi}{12 \cdot 60 \text{ min}} \text{ rad}$$

mentre

$$\omega_m = \frac{2\pi}{1 \text{ ora}} = \frac{2\pi}{1 \cdot 60} = \frac{\text{rad}}{\text{min}}$$

Le lancette si ritroveranno di nuovo a 90° tra di loro quando:

$$\theta_m - \theta_o = \frac{\pi}{2} = \omega_m t - \frac{\pi}{2} - \omega_o t$$

da cui esplicitando il tempo:

$$t = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{1 \cdot 60} - \frac{2\pi}{12 \cdot 60}} = \frac{60}{2} \left(1 - \frac{1}{12}\right)^{-1} = 32,727 \text{ min} = 1963,64 \text{ s} = 32 \text{ min} + 43,64 \text{ s}$$

1b) Nel caso in cui l'orologio non fosse preciso le velocità di rotazione sarebbero:

$$\omega_o = \frac{2\pi}{12 \text{ ore}} = \frac{2\pi}{12 \cdot 58 \text{ min}}$$

mentre

$$\omega_m = \frac{2\pi}{1 \text{ ora}} = \frac{2\pi}{1 \cdot 58} = \frac{\text{rad}}{\text{min}}$$

Quindi tutto il calcolo sarebbe uguale soltanto che nella formula finale bisognerebbe sostituire 60 con 58:

$$t' = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{1 \cdot 58} - \frac{2\pi}{12 \cdot 58}} = \frac{58}{2} \left(1 - \frac{1}{12}\right)^{-1} = 31,636 \text{ min} = 1898,18 \text{ s} = 31 \text{ min} + 38,18 \text{ s}$$

2a) **PIANI SENZA ATTRITO** Applichiamo la conservazione dell'energia meccanica totale

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

da cui

$$h = \frac{kx^2}{2mg} = 0,4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

2b) **PIANI CON ATTRITO** se sul piano orizzontale agisce un attrito statico, il moto sarà di rotolamento puro. Dobbiamo quindi considerare anche l'energia cinetica di rotazione della biglia:

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$$

dove

$$I = \frac{2}{5} mR^2$$

Applicando la condizione di rotolamento puro:

$$v = \omega R$$

che inserita nell'equazione del bilancio energetico diventa

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m(\omega R)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} mR^2 \right) \omega^2$$

Svolgendo i calcoli ed esplicitando per la velocità angolare si trova:

$$\omega = \sqrt{\frac{5kx^2}{7mR^2}} \cong 158 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

2c) PIANI CON ATTRITO Il bilancio dell'energia totale vale:

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = mgh$$

da cui si può osservare che l'altezza raggiunta è uguale a quella del caso senza attrito perché governata esclusivamente dall'energia potenziale della molla:

$$h = \frac{kx^2}{2mg} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

3a) Sulla motocicletta c'è l'equilibrio delle forze, cioè la risultante tra la forza peso e la forza centrifuga è orientata lungo la motocicletta:

$$\tan \theta = \frac{m \frac{v^2}{R}}{mg}$$

da cui:

$$v = \sqrt{gR \tan \theta} = 21,29 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 76,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3b) L'attrito sotto la ruota agisce da forza centripeta e quindi:

$$A = m \frac{v^2}{R} = m \frac{gR \tan \theta}{R} = mg \tan \theta = 1699,14 \text{ N} \approx 1700 \text{ N}$$



4a) Il calore assorbito dal proiettile di piombo, pari all'energia cinetica E_{cin} persa, vale:

$$Q = m c_{Pb} \Delta T = m c_{Pb} (T_{fin} - T_{in}) = E_{cin} = \frac{1}{2} mv^2$$

La temperatura finale vale dunque

$$T_{fin} = T_{in} + \frac{v^2}{2c_{Pb}} = 174,083 \text{ } ^\circ\text{C} \cong 174,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

4b) Possiamo esplicitare la relazione precedente del calore/energia in funzione della velocità:

$$v = \sqrt{2 c_{Pb} \Delta T}$$

dove ora come velocità finale dobbiamo considerare quella di fusione del piombo:

$$v = \sqrt{2 c_{Pb} (T_{Pb} - T_{in})} = 282,238 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cong 282,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5a) Inizialmente per i due gas valgono le relazioni:

$$p_1 V = n_1 R T_1$$

$$p_2 V = n_2 R T_2$$

Da queste relazioni possiamo calcolare il numero di moli:

$$n_1 = \frac{p_1 V}{RT_1}$$

$$n_2 = \frac{p_2 V}{RT_2}$$

La temperatura finale può essere calcolata utilizzando il 1° principio della termodinamica osservando che non c'è scambio di calore con l'esterno in quanto il recipiente è adiabatico e che il lavoro totale è nullo poiché il volume totale occupato dal gas non varia: quindi

$$\Delta U_{TOT} = Q - L = 0$$

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

$$n_1(T_{fin} - T_1) + n_2(T_{fin} - T_2) = 0$$

$$T_{fin} = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2} = \frac{\frac{p_1 V}{RT_1} T_1 + \frac{p_2 V}{RT_2} T_2}{\frac{p_1 V}{RT_1} + \frac{p_2 V}{RT_2}} = \frac{p_1 + p_2}{\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}} = 428,571^\circ C \cong 429^\circ C$$

5b) Per la pressione finale possiamo introdurre l'equazione di stato dei gas:

mentre nello stato finale

$$p_{fin} 2V = (n_1 + n_2) RT_{fin}$$

da cui la pressione finale:

$$p_{fin} = \frac{(n_1 + n_2) RT_{fin}}{2V} = \frac{1}{2} \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right) T_{fin} = \frac{1}{2} \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right) \frac{p_1 + p_2}{\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) = 2 \text{ atm}$$