## Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

## Appello Straordinario dell'8 novembre 2019 – prova scritta di Fisica 1

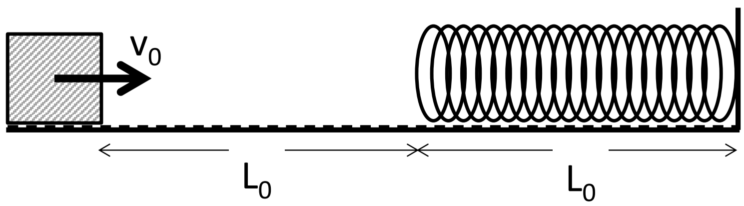
**1)** Una pallina (assimilabile ad un punto materiale e quindi trascurare il suo rotolamento) si trova ferma sul pavimento al centro di un vagone ferroviario (lungo L=20 m) che viaggia con velocità costante. Ad un certo istante il treno inizia a frenare con decelerazione sempre più elevata:

$$a = -\alpha t$$

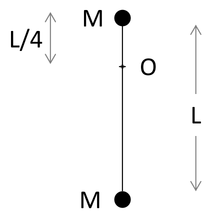
(con $\alpha$=7,5·10$^{-3}$ m/s$^3$). Determinare:

A. contro quale parete del vagone finirà la pallina e perché (rispetto al verso di marcia del vagone: destra, sinistra, anteriore, posteriore);
B. quanto tempo impiegherà la pallina a raggiungere tale parete;
C. con quale velocità la colpirà.

**2)** Una massa M viene lanciata su un piano scabro con una velocità iniziale v0. Dopo aver strisciato per una distanza pari a $L_0$, incontra una molla ideale a riposo di lunghezza $L_0$ e costante elastica k, comprimendola. Calcolare la velocità iniziale della massa in grado di esercitare una compressione massima della molla pari a metà della sua lunghezza a riposo. ($\mu_d$=0,17, M=0,5 kg, L0=2m, k=10 N/m)



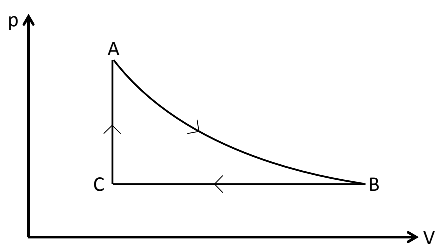

**3)** Un manubrio è composto da due masse M puntiformi uguali unite insieme da un'asta rigida sottile, di massa trascurabile, lunga L (L=40 cm). Il manubrio è vincolato a ruotare senza attrito intorno al punto O posizionato a L/4 dall'estremo superiore. Calcolare il periodo delle piccole oscillazioni del manubrio se scostato dalla posizione verticale di equilibrio.




**4)** Una mole di gas perfetto monoatomico compie un ciclo termodinamico così composto:

AB: isoterma reversibile con $V_B=4V_A$
BC: isobara reversibile con $P_C=P_B$
CA: isocora reversibile con $V_C$=V .

Calcolare il rendimento del ciclo.




**5)** Un recipiente adiabatico e diviso in due parti uguali da una parete isolante. Una parte contiene un gas perfetto a temperatura e pressione iniziali $T_1$ = 300K e $p_1$ = 1 atm. Nell'altra parte e contenuta una quantità dello stesso gas perfetto a temperatura e pressione iniziali $T_2$ = 500K e $p_2$ = 3 atm. Se la parete viene rimossa e i due gas si mescolano, determinare A) la temperatura e B) la pressione del gas nella condizione di equilibrio finale.

## Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
## Appello Straordinario dell'8 novembre 2019 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

**1A)** La pallina colpirà la parete anteriore del vagone ferroviario perché soggetta ad una accelerazione di reazione pari alla decelerazione del vagone ma in verso opposto:

$a_{pallina} = -a_{treno} = \alpha t$

**1B)** Il moto della pallina è descritto dalle seguenti leggi orarie:

$$v_{pallina}(t) = \int_0^t a_{pallina}(t')\,dt' = \int_0^t \alpha t'\,dt' = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$x_{pallina}(t) = \int_0^t v_{pallina}(t')\,dt' = \int_0^t \frac{1}{2}\alpha t'^2\,dt' = \frac{1}{6}\alpha t^3$$

Per cui il tempo impiegato per urtare la parete può essere calcolato imponendo x=L/2 :

$$t = \sqrt[3]{\frac{6\,x}{\alpha}} = \sqrt[3]{\frac{3\,L}{\alpha}} = 20\,s$$

**1C)** la velocità si calcola direttamente dalla prima legge del moto ricavata precedentemente:

$$v_{pallina}(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 = 1{,}5\frac{m}{s} = 5{,}4\frac{km}{h}$$

**2)** Calcoliamo il bilancio dell'energia:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = m\mu_d g\left(L_0 + \frac{L_0}{2}\right) + \frac{1}{2}k\left(\frac{L_0}{2}\right)^2$$

Esplicitando per $v_0$ si ottiene:

$$v_0 = \sqrt{\mu_d g\,3L_0 + \frac{k}{4m}L_0{}^2} \approx 5{,}5\frac{m}{s} \approx 19.7\frac{km}{h}$$

**3)** Il manubrio è un corpo rigido che ruota intorno al polo O. Rispetto a questo punto il momento d'inerzia del manubrio vale:

$$I = M\left(\frac{L}{4}\right)^2 + M\left(\frac{3}{4}L\right)^2 = \frac{5}{8}ML^2$$

avendo trascurato l'asta rigida la cui massa è piccolissima.

La seconda equazione cardinale della dinamica applicata al punto O tiene conto del momento della forza peso che si applica nel centro di massa distante L/4 da O (cioè posizionato al centro dell'asta poiché le masse sono uguali):

$$I\ddot{\theta} = -2Mg\frac{L}{4}\sin\theta$$

da cui:

$$\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{MgL}{2I} = \frac{4\,g}{5\,L}$$

Pertanto

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{5L}{4g}} \approx 1{,}4\,s$$

**4)** Il rendimento del ciclo vale:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}}$$

Calcoliamo i calori scambiati nelle trasformazioni:

$$Q_{AB} = nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_A \ln 4 > 0$$

$$Q_{BC} = nc_P(T_C - T_B) = nc_P(T_C - T_A)$$

sapendo che

$$p_C V_C = nRT_C = p_B V_A$$

e usando la politropica per l'isoterma:

$$p_B V_B = p_A V_A$$

$$p_B = p_A \frac{V_A}{V_B} = p_A \frac{1}{4}$$

da cui:

$$T_C = \frac{p_B V_A}{nR} = \frac{1}{4}\frac{p_A V_A}{nR} = \frac{T_A}{4}$$

Pertanto

$$Q_{BC} = nc_P(T_C - T_B) = nc_P\left(\frac{T_A}{4} - T_A\right) = -nc_P T_A \frac{3}{4} < 0$$

$$Q_{CA} = nc_V(T_A - T_C) = nc_V T_A \frac{3}{4} > 0$$

Da cui il rendimento vale:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 1 - \frac{nc_P T_A \frac{3}{4}}{nRT_A \ln 4 + nc_V T_A \frac{3}{4}} = 1 - \frac{\frac{5}{2}3}{4\ln 4 + 3\frac{3}{2}} = 0{,}25$$

**5A)** Dato che il recipiente è adiabatico:

$$Q = 0$$

Sappiamo inoltre che il recipiente è anche rigido e che nelle due zone il gas era lo stesso. Quindi anche il lavoro di espansione sarà nullo:

$$L = 0$$

Da ciò ne consegue che anche la variazione di energia interna deve necessariamente essere nulla:

$$\Delta U = 0 = \Delta U_1 + \Delta U_2$$

che sviluppato diventa:

$$n_1 c_v (T_F - T_1) + n_2 c_v (T_F - T_2) = 0$$

Da cui possiamo calcolare la temperatura finale di equilibrio:

$$T_F = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}$$

Poiché non conosciamo le moli ma le pressioni, dalle equazioni di stato dei gas possiamo scrivere:

$$p_1 V = n_1 R T_1 \quad \rightarrow \quad n_1 = \frac{p_1 V}{R T_1}$$

$$p_2 V = n_2 R T_2 \quad \rightarrow \quad n_2 = \frac{p_2 V}{R T_2}$$

che sostituite danno

$$T_F = \frac{p_1 + p_2}{\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}} = 428{,}6\,K$$

**5B)** Possiamo calcolare la pressione finale a partire dall'equazione di stato del gas:

$$p_F 2V = (n_1 + n_2)RT_F$$

Possiamo esplicitare la relazione secondo la pressione finale

$$p_F = \frac{(n_1 + n_2)}{2V} RT_F = \frac{1}{2}\left(\frac{Rn_1}{V} + \frac{Rn_2}{V}\right)T_F$$

Sostituendo ancora il numero di moli prima calcolati si ottiene

$$p_F = \frac{1}{2}\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right)T_F = \frac{1}{2}\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right) \cdot \frac{p_1 + p_2}{\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right)} = \frac{p_1 + p_2}{2} = 2\ atm \quad (= 2 \cdot 10^5 Pa = 1{,}5 \cdot 10^3 Torr)$$