



Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ingegneria Clinica e Biomedica

Corso di Fisica I

Dott.ssa M. C. Larciprete

Prova di esame del 8 Gennaio 2019

IV appello - a.a. 2017-18



- 1)** Una pigna cade verticalmente dal ramo di un albero. Dopo aver percorso una distanza di 8 metri colpisce un'automobile che procede in moto rettilineo uniforme con velocità $v=100$ km/h. Determinare in modulo e direzione la velocità della pigna rispetto all'automobile nell'istante in cui avviene l'impatto.

- 2)** Un go-kart è formato da un telaio di massa $m=100$ kg e da 4 ruote uguali, di densità omogenea ($\rho=5$ g/cm³) e forma assimilabile a dischi di raggio $R=0.15$ m e spessore $h=0.03$ m ($R \gg h$). Calcolare la costante elastica k che debbono avere le molle di due respingenti per riuscire ad arrestare il go-kart in uno spazio di 25 cm, quando esso procede ad una velocità di 5 m/s, con le ruote che avanzano con moto di puro rotolamento.

- 3)** Due recipienti cilindrici identici con le basi allo stesso livello contengono entrambi un liquido di densità $\rho=1.30 \cdot 10^3$ kg/m³. Le aree di base hanno sezioni $A=4$ cm² ma in un contenitore l'altezza del liquido è $h_1=0.854$ m e nell'altro $h_2=1.56$ m. Trovare il lavoro compiuto dalla forza di gravità per eguagliare i livelli dei due recipienti una volta messi in comunicazione tra loro.

- 4)** Si vuole espandere un gas dallo stato iniziale a quello finale scegliendo tra due percorsi su un diagramma p-V. Il percorso 1 è composto da tre trasformazioni: un'espansione isoterma ($L=|40|$ J) un'espansione adiabatica ($L=|20|$ J) un'altra espansione isoterma ($L=|30|$ J). Il percorso 2 comprende invece solo due trasformazioni: una trasformazione isocora ed un'espansione isobara. Di quanto varia l'energia interna del gas, se viene seguito il percorso 2?

- 5)** Si usa una pompa di calore per riscaldare un edificio. La temperatura esterna è -5°C e la temperatura all'interno viene mantenuta a 22°C . L'efficienza del ciclo è 3.8 e la pompa di calore libera ogni ora $7.54 \cdot 10^6$ J di energia termica nell'edificio. Assumendo che si tratti di un ciclo frigorifero di Carnot, qual è la potenza meccanica di alimentazione per far funzionare la pompa di calore?

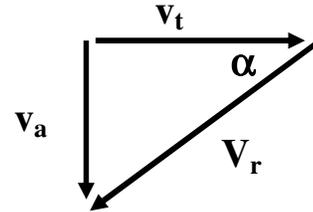
1) Rispetto ad un riferimento assoluto, fisso con la terra, il sasso arriva con velocità \vec{v}_a diretta lungo y :

$$v_a = \sqrt{2gh} = 12.53 \text{ m/s}$$

Rispetto ad un riferimento solidale con l'automobile, in moto con una velocità di trascinamento \vec{v}_t (diretta lungo x), si ha:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_a - \vec{v}_t$$

$$v_r = \sqrt{v_a^2 + v_t^2} = \sqrt{12.53^2 + 27.7^2} = 30.4 \text{ m/s}$$



In direzione data dall'angolo $\alpha = \arctg\left(\frac{v_a}{v_t}\right) = 24.3^\circ$ (vedere figura).

2) L'energia cinetica totale del sistema è data dalla somma dell'energia cinetica del telaio (traslazionale) più l'energia cinetica (traslazionale e rotazionale) delle 4 ruote:

$$T_{totale} = \frac{1}{2} M_{telaio} v^2 + 4 \left(\frac{1}{2} m_{ruota} v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \right)$$

con

$$m_{ruota} = \rho \cdot (\pi R^2 h) = 10.6 \text{ kg}$$

$$I = \frac{1}{2} m_{ruota} R^2 \quad \omega = \frac{v}{R} \text{ (rotolamento puro)}$$

Questa energia si tramuta, durante l'arresto, in energia potenziale elastica delle molle dei due respingenti. Quando si trovano nello stato di massima compressione si può scrivere:

$$T = U = 2 \frac{1}{2} k \Delta \ell_{max}^2$$

$$k = \frac{T}{\Delta \ell_{max}^2} = 3.27 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

3) Poiché le aree di base sono uguali, l'altezza finale cui si porteranno le due colonne di liquido sarà:

$$h_{fin} = h_1 + \frac{(h_2 - h_1)}{2} = 1.207 \text{ m}$$

A causa della forza di gravità il liquido del contenitore 1 salirà di livello ($L_1 < 0$), mentre il liquido nel contenitore 2 scenderà di livello ($L_2 > 0$). Per trovare il lavoro totale fornito dalla forza di gravità dobbiamo integrare (nei due contenitori) la forza peso del liquido tra l'altezza iniziale e quella finale di ciascuna colonna di liquido. Questa forza può essere posta uguale alla pressione (ρgh) per l'area A.

$$L_{tot} = L_1 + L_2 = - \int_{h_1}^{h_{fin}} \rho g A h dh - \int_{h_2}^{h_{fin}} \rho g A h dh = -\rho g A \left(\frac{h_{fin}^2}{2} - \frac{h_1^2}{2} \right) - \rho g A \left(\frac{h_{fin}^2}{2} - \frac{h_1^2}{2} \right) = 0.635 J$$

4) La variazione di energia interna non dipende dal percorso seguito ma soltanto dallo stato iniziale e finale del sistema. Seguendo pertanto il percorso 1, si ottiene per le variazioni di energia interna lungo le 3 trasformazioni successive:

$$\Delta U_{isoterma1} = 0$$

$$\Delta U_{adiabatica2} = -L = -20 J$$

$$\Delta U_{isoterma3} = 0$$

Da cui la variazione totale di energia interna corrisponde a -20J

5) L'efficienza della macchina frigorifera è definita come:

$$\varepsilon = \frac{Q_{ass}}{L} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = 3,8 \text{ Da cui si ricava la temperatura della sorgente calda, } T_C$$

$$T_C - T_F = \frac{T_F}{\varepsilon} \Rightarrow T_C = T_F \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \right) = 338.5 K$$

In questo caso il calore assorbito dalla macchina frigorifera è quello scambiato alla temperatura più bassa ($T_F=268 K$). Nel caso della macchina di Carnot si ha:

Essendo la macchina reversibile :

$$\frac{Q_{ass}}{T_F} = \frac{Q_{ced}}{T_C} \Rightarrow Q_{ass} = \frac{Q_{ced}}{T_C} T_F = 5.97 MJ \quad (\text{calore assorbito in un'ora di funzionamento})$$

Pertanto il lavoro che si deve fornire alla macchina frigorifera, in un'ora di funzionamento, è:

$$L = \frac{Q_{ass}}{\varepsilon} = \frac{5.97 MJ}{3.8} = 1.57 MJ$$

Che corrisponde ad una potenza di $P=436 \text{ Watt}$.