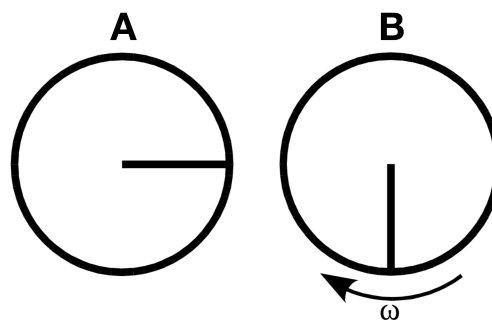




Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Il sistema schematizzato in figura è costituito da un anello di raggio $R=0.36$ m e massa M , e da una sbarra lunga R , di massa M e disposta lungo un raggio dell'anello. Il sistema può ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale (perpendicolare al piano della figura) e passante per il centro dell'anello. Se il sistema è lasciato libero da una posizione in cui la sbarra è orizzontale (A), si calcoli la velocità angolare del sistema quando la sbarra raggiunge la posizione verticale (B) di equilibrio e la velocità lineare del centro di massa del sistema nello stesso istante. Sapendo che, con la sbarra in posizione verticale, la forza totale che agisce sull'asse è $F=98.4$ N, si calcoli la massa dell'anello.



Se il sistema viene messo in oscillazione partendo dalla posizione (B), quanto vale il suo periodo di oscillazione, nell'approssimazione delle piccole oscillazioni?

2. Un proiettile ($m_1=12$ g, assimilabile ad un punto materiale) viene sparato orizzontalmente su un blocco di legno ($m_2=100$ g), fermo su una superficie orizzontale. Il proiettile rimane conficcato nel blocco che, dopo l'urto (da considerare come istantaneo), scivola per un tratto $L=7.5$ m prima di fermarsi. Se il coefficiente di attrito tra il blocco e la superficie è $\mu_d=0.65$, determinare la velocità del proiettile all'istante immediatamente precedente l'urto.
3. Una sfera omogenea, di volume $V = 25$ litri e densità omogenea ρ , è trattenuta, completamente immersa nell'acqua contenuta in un grande recipiente, da una funicella ideale ancorata al fondo, soggetta ad una tensione $T = 200$ N. A causa della rottura della funicella, la sfera emerge parzialmente raggiungendo una nuova posizione di equilibrio. Ad equilibrio raggiunto, si determini la frazione di sfera emergente.
4. Una mole di gas ideale compie un ciclo reversibile formato da: un'espansione adiabatica da $T_A=600$ K a $T_B=300$ K, una compressione isoterma che riporta il gas al suo volume iniziale V_A ed una trasformazione isocora che riporta la temperatura al valore iniziale T_A . Si calcoli il rendimento del ciclo.
5. Si disegni nel piano PV un ciclo composto da due isoterme (AB e CD) e due isocore (BC e DA). Sapendo che $T_A=700$ K, $T_C=300$ K, $V_A=30$ litri, $V_B=60$ litri, che le due isoterme sono reversibili, e che la macchina usa $n=3$ moli di gas perfetto biatomico scambiando calore solo con due sorgenti, si calcoli il rendimento del ciclo e di quanto aumenta l'entropia dell'universo in un ciclo.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Discutere i moti nei sistemi di riferimento non inerziali e in particolare l'accelerazione di Coriolis
- T2. Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del II principio della Termodinamica.



----- SOLUZIONI -----

1. Il centro di massa del sistema è posto a distanza $d = R/4$ dal centro dell'anello, lungo la sbarra. Il momento di inerzia calcolato rispetto al centro dell'anello vale: $I = MR^2 + 1/3 MR^2$. Dalla conservazione dell'energia meccanica: $\frac{1}{2} I \omega^2 = 2 M g d$. Da cui $\omega = \sqrt{3 g d}/R = 4.5 \text{ rad/s}$ e $v_{CM} = 0.41 \text{ m/s}$. Nella posizione B, l'asse fornisce una forza $F = 2M g + 2 M \omega^2 d$. Da cui si ricava $M = 5 \text{ kg}$. Ricordando che $T = 2\pi \sqrt{I/2Mgd}$ si ottiene $T = 1.96 \text{ s}$.
-

2. L'urto è perfettamente anelastico; si conserva la quantità di moto: $m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$

Nel processo di scivolamento la variazione di energia cinetica è uguale all'energia dissipata per attrito: $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_2^2 = \mu_d (m_1 + m_2) g L$, essendo L lo spazio percorso dal blocco.

$$\text{Risolvendo: } v_2 = \sqrt{2\mu_d g L} = 9.77 \text{ m/s}$$

Dalla conservazione della quantità di moto si ottiene: $v_1 = 91.2 \text{ m/s}$.

3. $T = \rho_{acqua} V g - \rho V g \Rightarrow \rho = \rho_{acqua} - \frac{T}{Vg} = 185 \text{ kg/m}^3$

All'emersione, detta V_{imm} la parte che rimane immersa:

$$\rho_{acqua} V_{imm} g = \rho V g \Rightarrow V_{imm} = \frac{\rho V}{\rho_{acqua}}$$

$$\frac{V - V_{imm}}{V} = 1 - \frac{\rho}{\rho_{acqua}} = 0.82$$

4. Per la trasformazione adiabatica $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

Per la trasformazione isoterma $Q_c = -RT_B \ln \frac{V_B}{V_A} = -\frac{RT_B}{\gamma-1} \ln \frac{T_A}{T_B}$

Per la trasformazione isocora $Q_a = c_v(T_A - T_B)$

Il rendimento è dato da $\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{T_B}{T_A - T_B} \ln \frac{T_A}{T_B} = 0.307$

5. Nelle trasformazioni isocore abbiamo: $Q_{BC} = -Q_{DA} = n c_v T_C - T_B = -25$ kJ. Per le isoterme invece: $Q_{AB} = n R T_A \ln V_B/V_A = 12.1$ kJ e $Q_{CD} = n R T_C \ln V_D/V_C = -5.2$ kJ. Dati i valori dei calori scambiati si ottiene il rendimento $\eta = 0.186$. La variazione di entropia dell'universo $\Delta S_u = \Delta S_{amb}$ per un ciclo e dunque $\Delta S_{amb} = - (Q_{BC} + Q_{CD})/T_C - (Q_{DA} + Q_{AB})/T_B = 47.6$ J/K.
