Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti

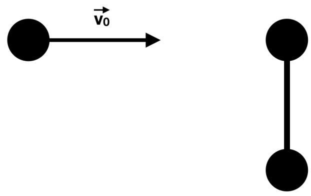
Prova di esame del 13 febbraio 2020
V APPELLO ordinario – a.a. 2018-19

Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Una motocicletta segue a distanza di sicurezza L_s = 30m un autotreno lungo L_A = 14m con la stessa velocità costante V_o = 70km/h. All'istante t = 0 la motocicletta si porta in corsia di sorpasso ed accelera in maniera costante. Calcolare:
a) l'accelerazione necessaria affinché il sorpasso termini in un tempo Δt = 5s;
b) la velocità della motocicletta al termine del sorpasso stesso.
Si consideri che la velocità del camion rimane costante nel corso del sorpasso e che il sorpasso si considera terminato quando la motocicletta (da considerare come un punto materiale) si trova allineata con il paraurti anteriore dell'autotreno.

2. Una sferetta di massa m = 100 g è agganciata a una molla ideale di costante elastica K = 19.6 N/m, lunghezza a riposo L = 40 cm il cui secondo estremo è vincolato ad un punto fisso A. Il sistema e' posto su un piano orizzontale scabro (μ_d = 0.5) ed è inizialmente in equilibrio e la massa m è ferma. Se si allunga la molla di un tratto Δl_0 = 20 cm e si lascia quindi muovere la sferetta sotto l'azione della molla, si determini la distanza minima da A raggiunta dalla sferetta.

3. Due masse identiche, collegate da una sbarretta rigida di massa trascurabile, poggiano in quiete su di un piano orizzontale privo di attrito. Una terza massa, identica alle prime due, scivolando sul piano con velocità $\boldsymbol{v_0}$ ortogonale alla sbarretta, urta una delle due masse e vi resta saldata. Si calcoli la percentuale di energia meccanica che viene dissipata nell'urto.



4. Una macchina termodinamica usa venti moli di gas ideale biatomico per produrre ad ogni ciclo un lavoro L, utilizzando due trasformazioni isoterme (T_1 = 300 K e T_2 = 1000 K) e due isobare (p_1 = 10^5 Pa e p_2 = 5 p_1). Assumendo che i gradi di libertà vibrazionali del gas biatomico non siano eccitati durante il ciclo, calcolare:
a) il calore totale scambiato dal gas nel corso del ciclo;
b) il rendimento della macchina.

5. In un recipiente costituito da pareti diatermiche e chiuso da un pistone che può scorrere senza attrito sono contenute tre moli di un gas ideale. Il sistema è inizialmente in equilibrio con l'ambiente esterno. Ad un certo istante la pressione esterna viene bruscamente triplicata. Successivamente il sistema raggiunge un nuovo stato di equilibrio. Si determini la variazione di entropia dell'universo.

Sezione TEORIA - ***Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

T1. Dimostrare che un punto materiale sottoposto a forze conservative, posto in un punto di equilibrio stabile, se dislocato di una distanza infinitesima, si muove di moto armonico intorno al punto di equilibrio.

T2. Ricavare l'espressione del calore specifico molare in una trasformazione politropica di un gas ideale.

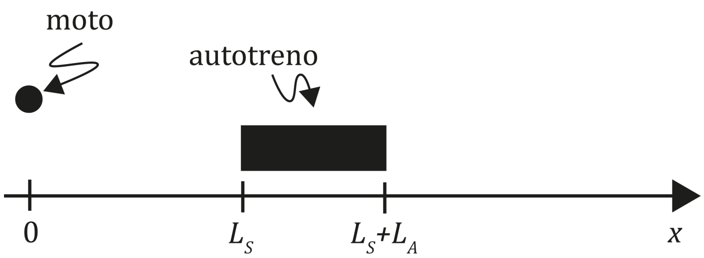
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti

Prova di esame del 13 febbraio 2020
V APPELLO ordinario – a.a. 2018-19

-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -

1. All'istante *t*=0 i due veicoli si trovano nella situazione indicata in figura:



Negli istanti successivi la loro posizione è data da:

Motocicletta $\quad x_M(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Paraurti anteriore autotreno $\quad x_A(t) = L_S + L_A + v_0 t$

Alla fine del sorpasso $\quad x_M(t_f) = x_A(t_f) \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \boldsymbol{a} = \frac{2(L_S+L_A)}{{t_f}^2} = \mathbf{3.5}\ \boldsymbol{m/s^2} \\ \boldsymbol{v_f} = v_0 + a t_f = \mathbf{133}\ \boldsymbol{km/h} \end{cases}$

---

2. Il massimo avvicinamento della massa *m* ad A si avrà al termine della prima semi-oscillazione sfruttando tutta l'energia meccanica iniziale per compiere lavoro contro l'attrito dinamico e comprimere la molla. Si ottiene quindi: $\frac{1}{2} k x^2_f - \frac{1}{2} k x^2_0 = - \mu_d mg (x_0 - x_f)$.

Si ricava quindi che $x_f = 2\ \mu_d mg/k - x_0$ = -15 cm**.** La distanza da A sarà quindi: **d = L +** $\boldsymbol{x_f}$ **= 25 cm**

---

3. L'energia cinetica iniziale è $\frac{1}{2} m v_0^2$, quella finale: $\frac{1}{2} M v_f^2 + \frac{1}{2} I_c\, \omega^2$.

Dalla conservazione della QDM otteniamo: $v_f = v_0/3$.

Dalla conservazione del momento angolare rispetto al CDM otteniamo:

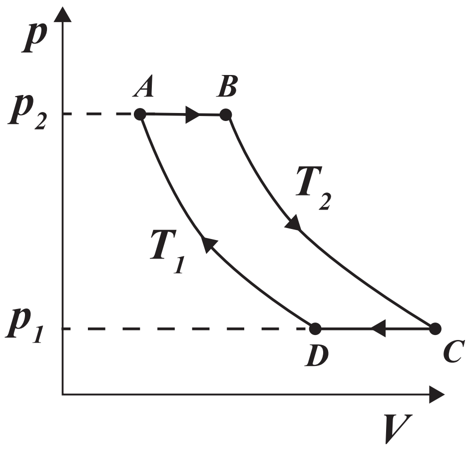
$m\, v_0\, L/3 = I_c\, \omega$. Essendo $I_c = 2m\,(L/3)^2 + m\,(2/3L)^2 = 2/3\ m\, L^2$.

Si ottiene $\omega = v_0/2L$ e $\boldsymbol{Ek_f / Ek_i = \frac{1}{2}\,(\frac{1}{2} m v_0^2) / (\frac{1}{2}\, m v_0^2) = 0.5}$.

La percentuale di energia dissipata è pari al **50%**.

---

4. Con riferimento alla figura:



$$L_{AB} = p_2(V_B - V_A) = nR(T_2 - T_1)$$

$$L_{BC} = \int_B^C pdV = nRT_2 \ln\frac{V_C}{V_B}$$

$$L_{CD} = p_1(V_D - V_C) = nR(T_1 - T_2) = -L_{AB}$$

$$L_{DA} = \int_D^A pdV = nRT_1 \ln\frac{V_A}{V_D}$$

$$L_{ciclo} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA}$$
$$= nRT_2 \ln\frac{V_C}{V_B} + nRT_1 \ln\frac{V_A}{V_D}$$
$$= nR(T_2 - T_1) \ln\frac{p_2}{p_1} = 1.87\ 10^5 J$$

$$\Delta U_{ciclo} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Q_{ciclo}} = L_{ciclo} = \mathbf{1.87\ 10^5 J}$$

Essendo il calore assorbito dalla macchina quello scambiato lungo le trasformazioni AB e BC

$$Q_{ass} = \boldsymbol{Q_{AB}} + \boldsymbol{Q_{BC}} = nc_p(T_2 - T_1) + RT_2 \ln\frac{p_2}{p_1} \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{\eta} = \frac{L_{ciclo}}{Q_{ass}} = \mathbf{0.27}$$

---

5. Ai fini della risoluzione del problema si consideri che $T_f = T_i = T_a$ e che $V_f = V_i/3$.

Per calcolare $\Delta S_u = \Delta S_g + \Delta S_a$ si procede alla valutazione dei singoli contributi:

$\Delta S_g = nR\ ln\ (V_f/V_i) = -\ nR\ ln3$ e $\Delta S_g = -Q_g\ /\ T_a$.

Il calore totale scambiato dal gas è pari a: $Q_g = L_g = -L_{est} = p_f \Delta V = -p_f\ 2/3\ V_i = -2p_iV_i = -2nRT_a$.

Si ottiene quindi: $\boldsymbol{\Delta S_u = nR(2 - ln3)}$ **= 22.5 J/K**
