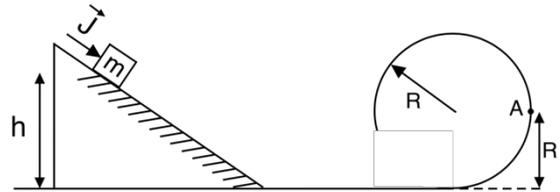


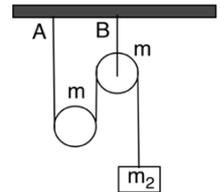


Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Si consideri la situazione rappresentata in figura. La massa $m = 2$ kg si trova in quiete a quota iniziale $h = 1.5$ m su un piano inclinato di angolo $\vartheta = 30^\circ$ che presenta un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. All'istante di tempo $t = 0$, il corpo riceve un impulso J , diretto come mostrato in figura. Determinare l'intensità dell'impulso J , se la velocità con cui il corpo arriva alla base del piano inclinato è $v_f = 10.9$ m/s. Se il raggio della guida circolare su cui il corpo di massa m sale è $R = 0.8 h$, determinare la reazione vincolare della guida nel punto A.



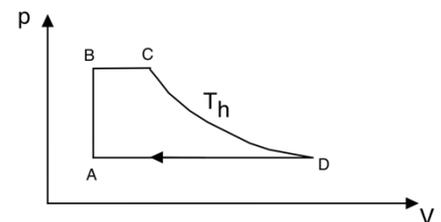
2. Considerare la situazione rappresentata in figura. Se le carrucole, assimilabili a dei dischi pieni, hanno entrambe massa $m = 2$ kg e raggio $R = 10$ cm, determinare il valore della massa m_2 che mantiene il sistema in equilibrio e i valori delle tensioni delle funi (inestensibili e di massa trascurabile) ancorate nei punti A e B.



3. Un satellite artificiale terrestre di massa $m_s = 10^3$ kg orbita circolarmente con velocità angolare costante a distanza dal centro della Terra doppia del raggio terrestre. Supponendo la Terra omogenea e trascurando qualsiasi attrito, calcolare:
a) il lavoro compiuto dalla forza di gravità terrestre in una rivoluzione;
b) la velocità del satellite.

4. Una macchina termica lavora reversibilmente con tre sorgenti di calore poste alle temperature $T_0 = 300$ K, $T_1 = 350$ K e $T_2 = 400$ K; a ogni ciclo la macchina assorbe una quantità di calore $Q = 1$ kcal da ciascuna delle due sorgenti più calde. Si determini: **a)** la quantità di calore scambiata con la sorgente più fredda;
b) il rendimento del ciclo.

5. Considerare il ciclo termodinamico reversibile composto da due isobare, una isocora e una isoterma a temperatura $T_h = 400$ K, rappresentato in figura. Il volume $V_C = 25$ l e la pressione $p_A = 1$ atm. Se il lavoro prodotto nel ciclo è $W = 3.4$ kJ, determinare la quantità di calore ceduto e la temperatura T_A nell'ipotesi che il ciclo sia eseguito da $n = 2$ moli di gas perfetto biatomico.



Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1.** Per sistemi di punti materiali, ricavare la 2° equazione cardinale della meccanica e l'espressione del teorema del lavoro e dell'energia cinetica.
- T2.** Dimostrare che l'entropia di un sistema termodinamico è una funzione di stato.



----- SOLUZIONI -----

1) Applicando il teorema dell'energia cinetica si ottiene:

$$\Delta E_m = W_{nc} \rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 - \left(\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh\right) = -\mu_d mg \cos \theta \frac{h}{\sin \theta}$$

Da cui si ricava la velocità iniziale:

$$v_i = \sqrt{v_f^2 - 2gh + 2\mu_d gh / \tan \theta} \simeq 10 \text{ m/s}$$

Applicando il teorema dell'impulso

$$\vec{J} = \Delta \vec{p} \rightarrow J = mv_i \simeq 20 \text{ kg m/s}$$

La velocità nel punto A

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgR \rightarrow v_A = \sqrt{v_f^2 - 2gR} \simeq 9.8 \text{ m/s}$$

La reazione vincolare in A sarà dunque pari a : $N_A = m v_A^2 / R = 160 \text{ N}$

2) Dalla seconda legge di Newton si ottiene: $m_2 g = T_A$, $mg = 2T_A$, da cui $m_2 = m/2 = 1 \text{ kg}$.

La tensione in A sarà quindi $T_A = 9.8 \text{ N}$. In B si ha $T_B = 2T_A + mg = 39.2 \text{ N}$

3) a) La forza gravitazionale è sempre radiale, quindi perpendicolare allo spostamento del satellite, perciò il lavoro è nullo.

b) Basta imporre che la forza gravitazionale è di natura centripeta:

$$G \frac{m_s m_T}{4r_T^2} = \frac{m_s v^2}{2r_T} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{m_T}{2r_T}} = 5.6 \times 10^3 \text{ m/s}$$

4) La macchina termica è, per ipotesi, reversibile $\Rightarrow \oint \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{Rev}} = 0$

$$a) \frac{Q_0}{T_0} + \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_0}{T_0} + Q \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) \Rightarrow Q_0 = -T_0 \left(\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \right) Q = -1,6 \text{ kcal}$$

$$b) \eta = \frac{L}{Q_{\text{ASS}}} = \frac{Q_{\text{ASS}} - Q_{\text{CED}}}{Q_{\text{ASS}}} = \frac{2Q + Q_0}{2Q} = 0,2$$

5) Tramite l'equazione di stato dei gas ideali:

$$V_D = \frac{nRT_h}{p_A} \simeq 66 \text{ l}; \quad p_C = p_B = \frac{nRT_h}{V_C} \simeq 2.6 \text{ atm}$$

Il lavoro nel ciclo, pari all'area nel piano pV , è calcolabile tramite:

$$W = (p_B - p_A) (V_C - V_B) + nRT_h \ln (V_D/V_C) + p_A (V_C - V_D)$$

$$\text{Da cui: } V_C - V_B = [W - nRT_h \ln (V_D/V_C) - p_A (V_C - V_D)] / (p_B - p_A)$$

Si ricava dunque: $V_B = V_A = 18.5 \text{ l}$

Si ottiene: $T_A = 111 \text{ K}$.

Per il calore scambiato abbiamo: $Q_{DA} = U_{DA} + W_{DA} = n c_V \Delta T + p_A (V_A - V_D) = -16.8 \text{ kJ}$