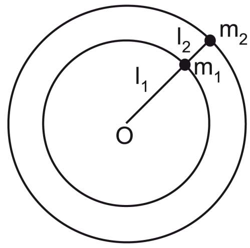
**Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**
**Corso di laurea in Ing. Meccanica**

**Corso di Fisica Generale I**
***Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti***

**Prova di esame del 19 ottobre 2019**
***APPELLO STRAORDINARIO AUTUNNALE***

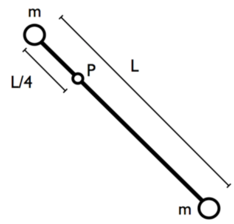
***Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, laddove richiesto, gli esercizi seguenti.***

***1.*** Una massa puntiforme $m_1$ è attaccata ad un estremo di una corda avente lunghezza $l_1$, il cui altro estremo è fissato in un punto *O* su di un piano orizzontale privo di attrito: la massa si muove di moto circolare uniforme su tale piano. Una seconda massa puntiforme $m_2$ è attaccata radialmente alla prima tramite una corda di lunghezza $l_2$ e si muove anch'essa di moto circolare uniforme con la stessa velocità angolare di $m_1$. Noto il periodo *T* del moto, trovare le tensioni $\tau_1$ e $\tau_2$ delle due corde (da considerarsi ideali, ovvero inestensibili e prive di massa.




***2.*** Una massa *M* di legno è collegata a una molla di costante elastica *K*. Il sistema è in quiete su un piano liscio orizzontale quando al tempo $t = 0$ la massa *M* è colpita da un proiettile di massa *m* e velocità $v_0$ che vi si conficca. Trascurando gli attriti, ricavare la legge oraria del moto del sistema dopo l'urto esplicitando ampiezza, fase iniziale e pulsazione del moto in termini dei dati disponibili.

***3.*** La sbarra in figura, di lunghezza $L = 25$ cm e massa trascurabile, può ruotare nel piano verticale, con attrito trascurabile, intorno ad un punto P, situato a distanza *L*/4 dall'estremo dell'asta. Agli estremi della sbarra sono incernierate due masse *m*. Ricavare l'equazione differenziale che descrive il moto dell'asta nel caso di piccole oscillazioni ed il relativo periodo.




***4.*** Un recipiente cilindrico verticale adiabatico di sezione $S = 0.02$ m$^2$, chiuso da un pistone adiabatico scorrevole libero di muoversi senza attriti, contiene $n = 2$ moli di gas perfetto biatomico. Sul pistone agisce una forza verticale $F = 2990$ N costante, comprensiva della forza peso del pistone e della pressione atmosferica; nello stato di equilibrio iniziale A, la base del pistone si trova ad altezza $h = 0.6$ m dal fondo. Successivamente, l'isolamento termico del fondo del cilindro viene rimosso e il gas viene messo a contatto termico con una sorgente contenente acqua alla temperatura $T_0 = 290$ K. Quando il sistema raggiunge il nuovo stato di equilibrio B, si misura la temperatura $T_B = 280$ K. Ricordando che il calore specifico dell'acqua è $c = 4186$ J/(kg K), determinare: a) la temperatura iniziale $T_A$ del gas; b) la massa *m* dell'acqua; c) il lavoro compiuto dal gas e la sua variazione di energia interna nella trasformazione AB.

***5.*** Una macchina termica diretta, che lavora con *Ar* (da considerarsi ideale), compie un ciclo reversibile composto da una espansione politropica ($A \Rightarrow B$), una compressione isoterma ($B \Rightarrow C$) e una compressione adiabatica ($C \Rightarrow A$). Sapendo che $T_A/T_B=2$ e che il rapporto di compressione dell'isoterma $V_C/V_B=0.5$, calcolare:

***a)*** il calore molare e l'indice della politropica;

***b)*** il rendimento della macchina termica.

## *Sezione TEORIA*

***Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

***T1.*** Supponendo di avere un grafico che rappresenti l'andamento dell'energia potenziale in funzione di una variabile spaziale [ad esempio U(x)], descrivere come si individuano i diversi punti (o regioni) di equilibrio.

***T2.*** Discutere la scelta delle sorgenti di temperatura a cui operare una macchina termica reale, approssimabile con buona precisione ad un ciclo termodinamico reversibile, in modo da renderne massimo il rendimento.

**Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**
**Corso di laurea in Ing. Meccanica**

**Corso di Fisica Generale I**
***Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti***

**Prova di esame del 19 ottobre 2019**
***APPELLO STRAORDINARIO AUTUNNALE***

*-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -*

***1.*** Applicando la seconda legge della dinamica alle singole masse $m_1$ e $m_2$, e proiettando tale relazione in direzione radiale, si ha:

per $m_1$: $\tau_1 - \tau_2 = m_1 a_1$ dove $a_1 = \omega^2 l_1$

per $m_2$: $\tau_2 = m_2 a_2$ dove $a_2 = \omega^2 (l_1 + l_2)$

da cui si ottiene:

$\tau_2 = m_2 \omega^2 (l_1 + l_2)$ e $\tau_1 = \omega^2 [m_2 (l_1 + l_2) + m_1 l_1]$ *dove* $\omega = 2\pi/T$

---

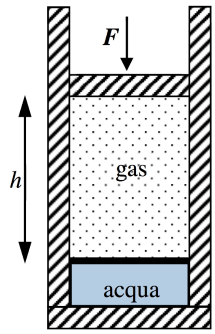
***2.*** Nell'urto ($t = 0$) si conserva la quantità di moto: $m v_0 = (m + M) V$. Per $t$ maggiore di zero si avrà: $(m + M) d^2x/dt = -K x$ da cui $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$. Con $\omega = \sqrt{K / (m + M)}$. Imponendo le condizioni iniziali: $x(t=0) = 0$ e $v(t=0) = V = v_0 m/(m + M)$ si ottiene: $\varphi = \pi/2$ e $A = -v_0 m / \sqrt{K (m+M)}$.

---

***3.*** Si ha $M = I d^2\theta/dt^2$. Considerando che $I = m(L/4)^2 + m(3L/4)^2 = 5/8\, mL^2$ e che la somma dei momenti della forza peso sulle due masse è pari a $-3/4L\, mg \sin\theta + 1/4L\, mg \sin\theta = -1/2\, L\, mg \sin\theta = M$ si ottiene per le piccole oscillazioni che $d^2\theta/dt^2 + \omega^2 \theta = 0$ con $\omega = \sqrt{4g/5L}$. Il periodo $T$ si calcola come $\boldsymbol{2\pi/\omega = 1.12}$ **s**

---

**4.** Per il calcolo di $\boldsymbol{T_A} = p_A V_A / nR = (F/S)\, Sh / nR = Fh / nR =$ **108 K**. Nella successiva trasformazione isobara c'è scambio di calore tra acqua e gas in un sistema adiabatico. $Q_{TOT} = 0 = Q_{gas} + Q_{acqua}$. Da cui $\boldsymbol{m} = nc_P (T_B - T_A) / c\,(T_0 - T_B) =$ **0.24 kg**. Per il calcolo del lavoro e della variazione di energia interna: $L = -\Delta U + Q$, $\boldsymbol{\Delta U} = nc_V(T_B - T_A) =$ **7146 J** e $\boldsymbol{L} = -nc_V(T_B - T_A) + nc_p(T_B - T_A) = nR(T_B - T_A) =$ ***2859 J***




---

**5.** Essendo la variazione di entropia del gas nulla in un ciclo $\Delta S = c_k \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + R \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = 0$

si ottiene che $c_K = -R \;\Rightarrow\; K = \frac{7}{5}$

e il rendimento del ciclo vale $\eta = 1 + \dfrac{RT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)}{c_K (T_B - T_A)} = 0.3$

---