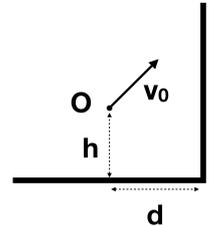




Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

- Una palla viene lanciata dal punto O, ad una altezza $h = 0.4$ m rispetto al suolo, e ad una distanza $d = 1.5$ m rispetto ad una parete verticale, con una velocità iniziale di modulo $v_0 = 5$ m/s e direzione inclinata pari a 45° rispetto alla verticale. Assumendo che la palla compia con la parete un urto elastico, calcolare: la distanza dalla parete del punto in cui la palla colpisce il suolo.
- Un blocco di massa $m=20$ kg partendo da fermo, scivola lungo un piano inclinato con $\vartheta=30^\circ$ privo di attrito e viene fermato da una molla di costante elastica $k=2.5 \times 10^4$ N/m. La massima distanza percorsa dal blocco rispetto al punto di partenza è $d=3.7$ m. Determinare:
 - di quanto si comprime la molla quando il blocco si ferma;
 - l'energia cinetica del blocco all'istante in cui tocca la molla.
- Due dischi omogenei ($\rho=7.15$ g/cm³), aventi raggi $R_1=30$ cm e $R_2=20$ cm e stesso spessore $h=1$ cm, sono disposti coassialmente su un asse comune ad una certa distanza tra di loro. Inizialmente il disco di raggio R_1 è in rotazione intorno all'asse comune (senza attrito) con velocità angolare costante pari a 5 giri/s. Successivamente i due dischi vengono portati a contatto e, per effetto delle forze di attrito, acquistano la stessa velocità di rotazione. Si calcoli l'energia dissipata dagli attriti.
- Una mole di gas perfetto monoatomico originariamente alla pressione di 1 atm, viene sottoposta a un processo ciclico reversibile a tre stadi: (1) si espande adiabaticamente da $T_A=588$ K a $T_B=389$ K; (2) viene compressa a pressione costante fino a raggiungere una temperatura T_C , (3) ritorna alla pressione e temperatura iniziali mediante una trasformazione a volume costante.
 - Disegnare il diagramma PV dell'intero processo.
 - Determinare T_C .
 - Calcolare la variazione di energia interna, il lavoro compiuto e il calore assorbito dal gas nell'intero ciclo.
- Una stanza di superficie $A=40$ m² e altezza $h=3.5$ m è piena di aria (assimilabile ad un gas perfetto biatomico) alla temperatura $T_{in}=20^\circ$ C e alla pressione di 1 atmosfera. La luce solare che penetra dalle finestre riscalda l'ambiente per un tempo pari a 2 ore. Supponendo che la stanza sia sigillata e gli scambi di calore con l'ambiente esterno attraverso le pareti siano trascurabili, determinare la temperatura finale e la pressione nella stanza se la potenza trasferita dalla luce solare è pari a 200 W. Calcolare la variazione di entropia della stanza in questo processo.



Sezione TEORIA

Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- Per quale motivo le equazioni cardinali della dinamica sono sufficienti per determinare completamente il moto di un corpo rigido.
- Dimostrare che la variazione di Entropia di un sistema isolato non può essere negativa.



----- SOLUZIONI -----

1. Nel moto balistico della palla ad una distanza d dal punto di lancio la quota è pari a:

$$H = d (1 - gd/v_0^2) + h = 1.02 \text{ m.}$$

In tale punto la componente della velocità lungo l'asse orizzontale cambia segno (mantenendo modulo invariato) e la componente della velocità lungo l'asse verticale è invariata. Il moto balistico conseguente ha gittata calcolabile dalla relazione $H + h + (R - 2 R g d / v_0^2) = g R^2 / v_0^2$ ed ammette come unica soluzione:

$$R = \frac{-\left(\frac{2gd}{v_0^2} - 1\right) + \sqrt{\left(\frac{2gd}{v_0^2} - 1\right)^2 + \left(4\frac{g}{v_0^2}\right)(H + h)}}{2\frac{g}{v_0^2}}$$

da cui $R = 1.4 \text{ m}$ (distanza dalla parete)

2. a) Per la conservazione dell'energia meccanica: $mgdsen(\theta) = \frac{1}{2} kx^2$;

Indicando con x la compressione della molla: $x = \sqrt{\frac{2mgdsen(\theta)}{k}} = 0.17 \text{ m}$

- b) Applicando nuovamente la conservazione dell'energia meccanica:

$$mgdsen(\theta) = mgxsen(\theta) + E_K;$$

$$E_K = mg(d - x)sen(\theta) = 346 \text{ J}$$

- 3) Il momento d'inerzia di un disco di densità nota è: $I_d = \frac{1}{2} \pi h \rho R^4$

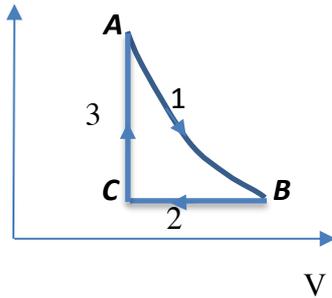
Le forze interne non comportano una variazione del momento angolare del sistema prima e dopo l'accoppiamento dei due dischi:

$$I_{d1} \omega_1 = (I_{d1} + I_{d2}) \omega_2 \text{ da cui } \omega_2 = \omega_1 \frac{R_1^4}{(R_1^4 + R_2^4)} = 26.2 \text{ rad/s}$$

L'energia dissipata dalle forze interne è data da:

$$\Delta E = \frac{1}{2}I_{d1}\omega_1^2 - \frac{1}{2}(I_{d1} + I_{d2})\omega_2^2 = \frac{1}{4}h\pi\rho[R_1^4\omega_1^2 - (R_1^4 + R_2^4)\omega_2^2] = 75J$$

4. a)



b) Essendo $\gamma=1.67$

e usando la politropica $T_A p_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B p_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

si ricava: $p_B=p_C=0.36 \text{ atm}$

$$V_C=V_A=nRT_A/p_A=48.2 \text{ l}$$

$$T_C=p_C V_C/nR=212 \text{ K}$$

c) $\Delta U_{\text{ciclo}}=0$; $Q_{\text{ass}}=n c_v(T_1-T_3)=4687 \text{ J}$; $Q_{\text{ced}}=n c_p(T_3-T_2)=-3677 \text{ J}$; $L=Q_{\text{ass}}+Q_{\text{ced}}=1010 \text{ J}$

5. Il calore scambiato è pari a $Q = P \Delta t = 1.44 \text{ MJ}$.

Essendo $n = p_{\text{atm}} A h / R T_{\text{in}} \approx 5825 \text{ mol}$, ed essendo la trasformazione isocora, la variazione di temperatura è data da: $\Delta T = Q/n c_v = 12 \text{ K}$ da cui si ricavano:

$T_f = 32 \text{ }^\circ\text{C}$ e $p_f = n R T_f / A h = 1.04 \text{ atm}$.

$$\Delta S = n c_v \ln T_f/T_{\text{in}} = 4860 \text{ J/K}$$
