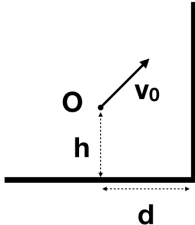




**Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.**

1. Una palla viene lanciata dal punto O, ad una altezza  $h = 0.4$  m rispetto al suolo, e ad una distanza  $d = 1.5$  m rispetto ad una parete verticale, con una velocità iniziale di modulo  $v_0 = 5$  m/s e direzione inclinata pari a  $45^\circ$  rispetto alla verticale. Assumendo che la palla compia con la parete un urto elastico, calcolare: la distanza dalla parete del punto in cui la palla colpisce il suolo.
- 
2. Un blocco di massa  $m=20$  kg partendo da fermo, scivola lungo un piano inclinato con  $\vartheta=30^\circ$  privo di attrito e viene fermato da una molla di costante elastica  $k=2.5 \times 10^4$  N/m. La massima distanza percorsa dal blocco rispetto al punto di partenza è  $d=3.7$  m. Determinare:
    - a) di quanto si comprime la molla quando il blocco si ferma;
    - b) l'energia cinetica del blocco all'istante in cui tocca la molla.
  3. Due dischi omogenei ( $\rho=7.15$  g/cm<sup>3</sup>), aventi raggi  $R_1=30$  cm e  $R_2=20$  cm e stesso spessore  $h=1$  cm, sono disposti coassialmente su un asse comune ad una certa distanza tra di loro. Inizialmente il disco di raggio  $R_1$  è in rotazione intorno all'asse comune (senza attrito) con velocità angolare costante pari a 5 giri/s. Successivamente i due dischi vengono portati a contatto e, per effetto delle forze di attrito, acquistano la stessa velocità di rotazione. Si calcoli l'energia dissipata dagli attriti.
  4. Una mole di gas perfetto monoatomico originariamente alla pressione di 1 atm, viene sottoposta a un processo ciclico reversibile a tre stadi: (1) si espande adiabaticamente da  $T_A=588$  K a  $T_B=389$  K; (2) viene compressa a pressione costante fino a raggiungere una temperatura  $T_C$ , (3) ritorna alla pressione e temperatura iniziali mediante una trasformazione a volume costante.
    - a) Disegnare il diagramma PV dell'intero processo.
    - b) Determinare  $T_C$ .
    - c) Calcolare la variazione di energia interna, il lavoro compiuto e il calore assorbito dal gas nell'intero ciclo.
  5. Una stanza di superficie  $A=40$  m<sup>2</sup> e altezza  $h=3.5$  m è piena di aria (assimilabile ad un gas perfetto biatomico) alla temperatura  $T_{in}=20^\circ$  C e alla pressione di 1 atmosfera. La luce solare che penetra dalle finestre riscalda l'ambiente per un tempo pari a 2 ore. Supponendo che la stanza sia sigillata e gli scambi di calore con l'ambiente esterno attraverso le pareti siano trascurabili, determinare la temperatura finale e la pressione nella stanza se la potenza trasferita dalla luce solare è pari a 200 W. Calcolare la variazione di entropia della stanza in questo processo.

### Sezione TEORIA

**Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

- T1. Per quale motivo le equazioni cardinali della dinamica sono sufficienti per determinare completamente il moto di un corpo rigido.
- T2. Dimostrare che la variazione di Entropia di un sistema isolato non può essere negativa.



----- SOLUZIONI -----

1. Nel moto balistico della palla ad una distanza  $d$  dal punto di lancio la quota è pari a:

$$H = d ( 1 - gd/v_0^2 ) + h = 1.02 \text{ m.}$$

In tale punto la componente della velocità lungo l'asse orizzontale cambia segno (mantenendo modulo invariato) e la componente della velocità lungo l'asse verticale è invariata. Il moto balistico conseguente ha gittata calcolabile dalla relazione  $H + h + (R - 2 R g d / v_0^2) = g R^2/v_0^2$  ed ammette come unica soluzione:

$$R = \frac{-(\frac{2gd}{v_0^2} - 1) + \sqrt{(\frac{2gd}{v_0^2} - 1)^2 + (4\frac{g}{v_0^2})(H + h)}}{2\frac{g}{v_0^2}} \quad \text{da cui } R = 1.4 \text{ m (distanza dalla parete)}$$

2. a) Per la conservazione dell'energia meccanica:  $mgdsen(\theta) = \frac{1}{2} kx^2$ ;

$$\text{Indicando con } x \text{ la compressione della molla: } x = \sqrt{\frac{2mgdsen(\theta)}{k}} = 0.17 \text{ m}$$

- b) Applicando nuovamente la conservazione dell'energia meccanica:

$$mgdsen(\theta) = mgxsen(\theta) + E_K;$$

$$E_K = mg(d - x)sen(\theta) = 346 \text{ J}$$

- 3) Il momento d'inerzia di un disco di densità nota è:  $I_d = \frac{1}{2} \pi h \rho R^4$

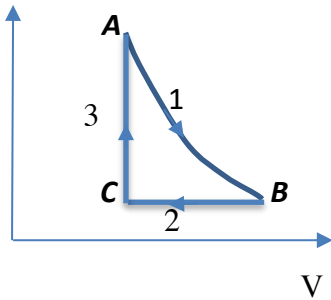
Le forze interne non comportano una variazione del momento angolare del sistema prima e dopo l'accoppiamento dei due dischi:

$$I_{d1} \omega_1 = (I_{d1} + I_{d2}) \omega_2 \quad \text{da cui} \quad \omega_2 = \omega_1 \frac{R_1^4}{(R_1^4 + R_2^4)} = 26.2 \text{ rad/s}$$

L'energia dissipata dalle forze interne è data da:

$$\Delta E = \frac{1}{2} I_{d1} \omega_1^2 - \frac{1}{2} (I_{d1} + I_{d2}) \omega_2^2 = \frac{1}{4} h \pi \rho [R_1^4 \omega_1^2 - (R_1^4 + R_2^4) \omega_2^2] = 75 \text{ J}$$

4. a)



b) Essendo  $\gamma=1.67$

e usando la politropica  $T_A p_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B p_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

si ricava:  $p_B=p_C=0.36 \text{ atm}$

$$V_C=V_A=nRT_A/p_A=48.2 \text{ l}$$

$$T_C=p_C V_C/nR=212 \text{ K}$$

c)  $\Delta U_{\text{ciclo}}=0$ ;  $Q_{\text{ass}}=n c_v(T_1-T_3)=4687 \text{ J}$ ;  $Q_{\text{ced}}=n c_p(T_3-T_2)=-3677 \text{ J}$ ;  $L=Q_{\text{ass}}+Q_{\text{ced}}=1010 \text{ J}$

---

5. Il calore scambiato è pari a  $Q = P \Delta t = 1.44 \text{ MJ}$ .

Essendo  $n = p_{\text{atm}} A h / R T_{\text{in}} \simeq 5825 \text{ mol}$ , ed essendo la trasformazione isocora, la variazione di temperatura è data da:  $\Delta T = Q/n c_v = 12 \text{ K}$  da cui si ricavano:

$T_f = 32 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $p_f = n R T_f / A h = 1.04 \text{ atm}$ .

$$\Delta S = n c_v \ln T_f/T_{\text{in}} = 4860 \text{ J/K}$$

---