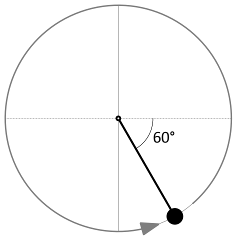
Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

15 gennaio 2020 – prova scritta di Fisica 1

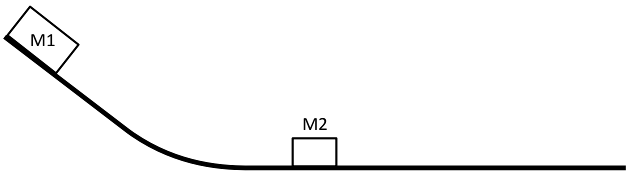
1) Una pallina di massa m è attaccata ad un filo inestensibile di lunghezza L=20 cm e massa trascurabile. La pallina viene fatta ruotare in verso antiorario su un piano verticale alla velocità angolare costante ω (2 giri al secondo). Quando il filo forma un angolo di -60° con l'orizzontale (come mostrato in figura) il filo si rompe e la pallina vola via non più vincolata. Calcolare:



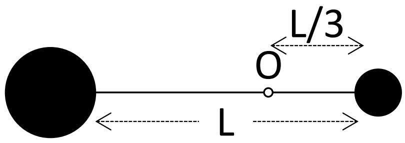
A) l'altezza massima raggiunta dalla pallina nel volo libero (considerando il punto di distacco come l'origine degli assi)

B) la distanza a cui la pallina si ritroverà alla stessa quota del distacco.

2) Una massa M1 si trova ferma su un piano inclinato privo di attrito ad una altezza h dall'orizzontale. Ad un certo istante la massa viene sbloccata ed inizia a scendere. Alla fine del piano inclinato la massa M1 viene immessa sul piano orizzontale dove trova una seconda massa M2 (M2=M1/3) e gli urta contro elasticamente. Determinare le velocità finali delle due masse dopo l'urto. Dare i valori numerici delle velocità sapendo che h=1,6 m.



3) Un bilanciere è costituito da una massa M1 (di valore 2m) e una massa M2 (di valore m) vincolate tra loro da una sbarra di massa trascurabile lunga L=2m, come in figura. Si considerino le due masse puntiformi. Il bilanciere può ruotare senza attrito intorno al punto O distante L/3 da M2. Inizialmente il bilanciere è tenuto bloccato nella posizione orizzontale: ad un certo istante viene lasciato libero. Determinare la sua velocità angolare quando si sarà portato nell'orientazione verticale.



4) Una massa di piombo m_{Pb}=2kg alla temperatura iniziale T_{inPb}=300°C viene immersa in un recipiente contenete una massa d'acqua m_{H2O}=0.5kg alla temperatura iniziale T_{inH2O}=95°C. Calcolare la massa d'acqua che viene vaporizzata. (c_{Pb}=128 J/kg°C ,c_{H2O}=4186 J/kg°C , $\lambda_{H2O}=2,26\cdot10^{6}$ J/kg).

5) In un recipiente vuoto termicamente isolato di volume $V=10^{-3}m^{3}$ viene praticato un foro. L'aria, gas biatomico ideale, inizialmente alla temperatura T_0 = 310K entra nel recipiente fino ad avere una pressione uguale a quella atmosferica esterna. Determinare la temperatura dell'aria all'interno del recipiente e la variazione di energia interna della massa di aria. (*suggerimento: si consideri che esternamente ci sia la quantità esatta di aria che, a causa del processo, entra dentro la scatola*)

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
15 gennaio 2020 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1A) La pallina in rotazione avrà una velocità lineare:
$v_0 = \omega L.$

La fase di volo libero è descritta dal sistema di equazioni:

$$\begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

dove $v_{0x} = v_0 \cos\vartheta$, $v_{0y} = v_0 \sin\vartheta$ e $\vartheta = 30°$ è l'angolo che la velocità tangenziale forma con l'orizzontale al momento del distacco. Il massimo si ha per

$$y = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(\omega L \sin\vartheta)^2}{2g} \cong 8{,}1\, cm$$

mentre la gittata massima si ha per

$$x = \frac{2 \sin\vartheta \cos\vartheta\, v_0^2}{g} = \frac{\sin 2\vartheta\, (\omega L)^2}{g} \cong 55{,}8\, cm$$

2) Nella prima fase, la caduta lungo il piano inclinato, possiamo calcolare il bilancio dell'energia:

$$m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gh}$$

Durante l'urto elastico si conservano sia la quantità di moto totale del sistema sia l'energia meccanica:

$$\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \end{cases}$$

Il sistema può essere risolto raggruppando le velocità 1 e semplificando l'equazione quadratica con quella lineare osservando che la quadratica descrive un prodotto notevole:

$$\begin{cases} m_1 (v_1 - V_1) = m_2 V_2 \\ m_1 (v_1^2 - V_1^2) = m_1 (v_1 - V_1)(v_1 + V_1) = m_2 V_2^2 \end{cases}$$

da cui si ottiene il sistema di equazioni:

$$\begin{cases} m_1 (v_1 - V_1) = m_2 V_2 \\ (v_1 + V_1) = V_2 \end{cases}$$

che risolto da:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh} = 2{,}8 \frac{m}{s} \\ V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{2gh} = 8{,}4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

3) Il bilanciere è un corpo rigido che ruota intorno al polo O. Rispetto a questo punto il momento d'inerzia vale:

$$I = 2m \left(\frac{2}{3} L\right)^2 + m \left(\frac{1}{3} L\right)^2 = mL^2$$

Per poter calcolare il bilancio energetico dobbiamo prima determinare la posizione del centro di massa. Rispetto alla posizione dove si trova la massa 2m si ha:

$$x_{CM} = \frac{m \cdot L}{3m} = \frac{1}{3}L$$

Il centro di massa si trova quindi a distanza 1/3 L dalla massa 2m e dal polo di rotazione O, mentre si trova a distanza 2/3 L dalla massa m. Ruotando quindi il centro di massa avrà una variazione di quota pari a 1/3 L. Pertanto il bilancio energetico porta alla seguente relazione:

$$3mg\frac{1}{3}L = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mL^2\omega^2$$

da cui

$$\omega = \sqrt{\frac{2g}{L}} = 3{,}13\frac{rad}{s}$$

4) Acqua e piombo scambiano tra loro calore. Quindi:

$$Q_{Pb} + Q_{H2O} = 0 \quad \rightarrow \quad Q_{H2O} = -Q_{Pb}$$

Il piombo si raffredda passando da 300°C a 100°C. Quindi il calore perso nel processo di raffreddamento vale:

$$Q_{Pb} = c_{Pb}(T_{100} - T_{inPb})$$

Questo calore viene utilizzato dall'acqua in parte inizialmente per portarsi anche lei a 100°C e poi per evaporare. Quindi questi calori sono quantizzabili in:

$$Q_{H2O} = c_{H2O}(T_{100} - T_{inH2O}) + \lambda_{H2O}m$$

Quindi tornando al bilancio dei calori:

$$Q_{H2O} = -Q_{Pb} \quad \rightarrow \quad c_{H2O}(T_{100} - T_{inH2O}) + \lambda_{H2O}m = c_{Pb}(T_{inPb} - T_{100})$$

da cui:

$$m = \frac{c_{Pb}(T_{inPb} - T_{100}) - c_{H2O}(T_{100} - T_{inH2O})}{\lambda_{H2O}} = 0{,}018\ kg$$

5) Essendo il recipiente termicamente isolato la trasformazione subita dal gas è adiabatica. Pertanto dal primo principio della TD:

$$\Delta U = -L$$

Possiamo quantificare il lavoro meccanico osservando che il gas, inizialmente all'esterno, viene tutto risucchiato dal vuoto internamente. Pertanto il suo volume esterno passa da un volume V_0 a 0 durante la trasformazione. Quindi

$$\Delta U = -p(0 - V_0) = pV_0$$

Esplicitando la variazione di energia interna e sostituendo l'ultimo termine con l'equazione di stato dei gas perfetti si ottiene:

$$\Delta U = nc_V(T - T_0) = pV_0 = nRT_0$$

da cui:

$$T = \frac{R + c_V}{c_V}T_0 = \frac{R + \frac{5}{2}R}{\frac{5}{2}c_V}310K = \frac{7}{5}310K = 434\ K$$

Per quantificare la variazione di energia interna dobbiamo calcolare il numero di moli del gas attraverso la funzione di stato dei gas:

$$n = \frac{pV}{RT}$$

da cui:

$$\Delta U = pV\frac{c_V}{R}\left(\frac{T - T_0}{T}\right) = 19{,}27\ J$$