SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

12 giugno 2020 pomeriggio – prova scritta online di Fisica 1

1) Una fionda è formata da una pallina attaccata ad un filo inestensibile di lunghezza L. La pallina è fatta girare su un piano ORIZZONTALE con una accelerazione angolare Ω costante. Immaginando che parta da ferma e dopo aver compiuto N giri completi il filo viene lasciato e la pallina parte con moto rettilineo. Calcolare:

A) la velocità finale della pallina;
B) darne il valore numerico per L=30cm, Ω=30 rad/s^2, N=3.

2) Una sbarretta lunga L di estremi A e B ha una massa di densità lineare:

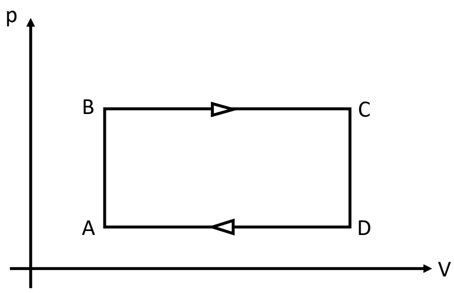
$$\lambda = \alpha + \beta x$$

dove x è la distanza dall'estremo A, α e β sono costanti. Calcolare:

A) il momento d'inerzia della sbarretta rispetto all'estremo A
B) darne il valore numerico per L=50cm, α=3 kg/m e β=2 kg/m^2.

3) Con riferimento al ciclo in figura, nelle trasformazioni isobare un gas monoatomico varia il volume di un fattore N. Sapendo che TB e TD sono uguali, determinare:

A) il rendimento del ciclo
B) darne il valore numerico per N=4



.

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
12 giugno 2020 pomeriggio – Soluzioni dello scritto online di Fisica 1

1A) Il moto circolare iniziale della pallina è uniformemente accelerato nella variabile angolare θ:

$$\theta = \frac{1}{2}\Omega t^2$$

La velocità angolare varia con la legge oraria:

$$\omega = \Omega \mathrm{t}$$

Ricavando il tempo e sostituendolo nella prima equazione si ricava:

$$\omega = \sqrt{2\Omega\theta}$$

La velocità lineare, al momento del distacco dopo N giri completi, sarà quindi:

$$v = \omega L = L\sqrt{2\Omega \cdot 2\pi N}$$

1B) Sostituendo i valori si ha:

$$v = 10\frac{m}{s}$$

2A) Il momento di inerzia vale:

$$I = \int r^2 dm = \int_0^L x^2 \rho dx = \int_0^L x^2(\alpha + \beta x)dx = \int_0^L (\alpha x^2 + \beta x^3)dx = \left(\frac{\alpha L^3}{3} + \frac{\beta L^4}{4}\right)$$

2B) Numericamente:

$$I = 0{,}156 \cong 0{,}16\; kg\; m^2$$

3A) Il rendimento vale:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

Dobbiamo quindi calcolare i calori scambiati:

$$Q_{AB} = nc_v(T_B - T_A) > 0$$
$$Q_{BC} = nc_p(T_C - T_B) > 0$$
$$Q_{CD} = nc_v(T_D - T_C) < 0$$
$$Q_{DA} = nc_p(T_A - T_D) < 0$$

Prendendo come riferimento lo stato A, le temperature degli stati BCD della trasformazione valgono:

$$T_D = \frac{p_D V_D}{nR} = \frac{p_A N V_A}{nR} = NT_A = T_B$$
$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = \frac{p_B N V_A}{nR}$$

dobbiamo calcolare la pressione dello stato B:

$$p_B = \frac{nRT_B}{V_B} = \frac{nRNT_A}{V_A} = Np_A$$

pertanto:

$$T_C = \frac{p_B N V_A}{nR} = \frac{Np_A N V_A}{nR} = N^2 T_A$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{nc_v(T_C - T_D) + nc_p(T_D - T_A)}{nc_v(T_B - T_A) + nc_p(T_C - T_B)} =$$

$$= 1 - \frac{c_v T_A N(N-1) + c_p T_A (N-1)}{c_v T_A (N-1) + c_p T_A N(N-1)} =$$

$$\eta = \mathbf{1} - \frac{\boldsymbol{c_v N + c_p}}{\boldsymbol{c_v + c_p N}}$$

3B) Per un gas monoatomico il rendimento vale:

$$\boldsymbol{\eta = 1 - \frac{\frac{3}{2}4 + \frac{5}{2}}{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}4} = 1 - \frac{17}{23} = 0,26 = 26\%}$$