SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

Appello Straordinario dell'12 ottobre 2020 – prova scritta di Fisica 1

1) Un veicolo inizialmente fermo si mette in moto lungo un circuito orizzontale circolare di raggio R con una velocità di modulo $v(t) = \eta\, t^2$, con η una costante positiva. Determinare:

A) il valore dell'accelerazione dopo il tempo T

B) quanto tempo impiega a percorrere un angolo pari a θ.

C) Dare i valori numerici per i punti A e B ipotizzando che $\eta = 4\frac{m}{s^3}, T = 2\ s, \theta = 60°$.

2) Un punto materiale di massa m si trova all'interno di un campo di forze di energia potenziale $U(x) = \alpha x^2 - \beta x$, con α e β quantità positive.

A) Calcolare la posizione x di equilibrio.

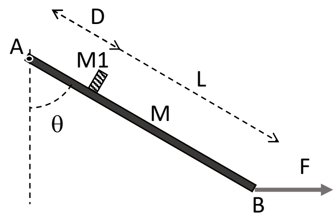
B) Calcolare con quale velocità raggiungerebbe il punto di equilibrio se partisse con velocità nulla dall'origine degli assi.

C) Dare i valori numerici per i punti A e B ipotizzando che $\alpha = 1\frac{J}{m^2}, \beta = 4\frac{J}{m}, m = 0{,}5\ kg$.

3) Un'asta rigida AB di sezione costante, lunghezza L e massa M, è incernierata ad un asse orizzontale passante per l'estremo A. Sull'asta, alla distanza D dall'estremo A, è fissato un corpo puntiforme di massa M1.

A) determinare l'espressione del modulo della forza orizzontale che si deve applicare all'estremo B per mantenere l'asta in equilibrio nella posizione in cui forma un angolo θ con la verticale;

B) darne il valore numerico per M=14 kg, M1=9kg, D=1/3L, θ=60°.



4) Una persona a riposo può trasferire all'ambiente che lo contiene una potenza termica di W. Si immagini di avere N persone in teatro (si considerino le sue pareti adiabatiche) e che l'impianto di condizionamento all'improvviso cessi di funzionare. Determinare:

A) la variazione di energia interna dell'aria del teatro dopo un tempo pari a T

B) la variazione di energia interna del sistema ARIA+PERSONE

C) dare i valori numerici per i punti A e B ipotizzando che W=100 watt, N=1800, T=15 min.

5) Una macchina termica M ciclica scambia calore con 3 sorgenti termiche aventi temperature $T_1 = T, T_2 = \frac{2}{3}T$ e $T_3 = \frac{T}{3}$. In ogni ciclo M assorbe la quantità di calore Q_1=Q dal primo serbatoio e compie il lavoro totale $L = \frac{3}{2}Q$. Sapendo che in un ciclo l'entropia dell'universo cresce di $\frac{2Q}{T}$, determinare le quantità di calore Q_2 e Q_3 scambiate da M con le altre due sorgenti termiche.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
Appello Straordinario dell'8 novembre 2019 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1A) Poiché il moto si volge lungo una traiettoria circolare, l'accelerazione si compone di una parte tangenziale e una parte normale:

$$a_\tau(T) = \left.\frac{dv}{dt}\right|_T = 2\eta T$$

$$a_n(T) = \left.\frac{v^2}{R}\right|_T = \frac{\eta^2 T^4}{R}$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{(2\eta T)^2 + \left(\frac{\eta^2 T^4}{R}\right)^2}$$

1B) lo spazio percorso si ricava integrando la velocità nel tempo:

$$S = \theta R = \int v\, dt = \int_0^{t_x} \eta t^2 dt = \frac{\eta t_x^3}{3}$$

da cui:

$$t_x = \sqrt[3]{\frac{3\theta R}{\eta}}$$

1C) Utilizzando i dati numerici:

$$a = \sqrt{(2\cdot 4\cdot 2)^2 + \left(\frac{4^2 2^4}{10}\right)^2} = 30{,}2\,\frac{m}{s^2}$$

$$t_x = \sqrt[3]{\frac{3\cdot\frac{\pi}{3}\cdot 10}{4}} = 1{,}99 = 2\, s$$

2A) Il punto di equilibrio è quel punto dove la forza del campo di forze risulta nulla. Quindi:

$$F = -\frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

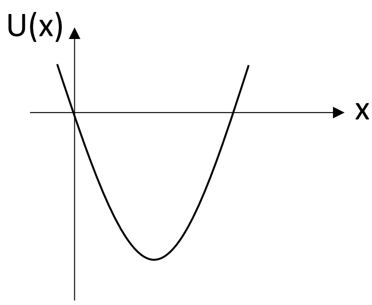
Svolgendo i calcoli:

$$F = -\frac{\partial U}{\partial x} = -(2\alpha x - \beta) = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{\beta}{2\alpha}$$

2B) Poiché è definita una energia potenziale il campo di forze è conservativo. Possiamo applicare la conservazione dell'energia meccanica totale:

$$T + U = cost$$

Sappiamo che nell'origine degli assi l'energia cinetica è nulla. Ma anche l'energia potenziale sarà nulla nell'origine. In questo caso l'energia potenziale deve essere presa negativa in quanto la parabola è tutta minore di zero:



$$0 = (T + U)_{finale}$$

Pertanto:

$$\frac{1}{2}mv^2 + (\alpha x^2 - \beta x)_{finale} = 0$$

Sostituendo

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{\beta^2}{4\alpha}-\frac{\beta^2}{2\alpha}=0 \quad \rightarrow \quad v=\sqrt{\frac{\beta^2}{2m\alpha}}$$

2C) sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$x=\frac{4}{2\cdot 1}=2\,m$$
$$v=\sqrt{\frac{1^2}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=0{,}5\,\frac{m}{s}$$

3A) Il bilancio delle forze e dei momenti (rispetto al polo A) porta a:

$$\vec{R}+\vec{P}_{sbarra}+\vec{P}_{massa}+\vec{F}=0$$
$$\vec{M}_{P-sbarra}+\vec{M}_{P-massa}+\vec{M}_F=0$$

Poiché non conosciamo quanto valga la reazione vincolare possiamo utilizzare l'equazione dei momenti:

$$\frac{L}{2}P_{sbarra}\sin\theta+DP_{massa}\sin\theta-FL\cos\theta=0$$

da cui

$$F=\frac{\left(\frac{L}{2}P_{sbarra}+DP_{massa}\right)\sin\theta}{L\cos\theta}=\frac{\left(\frac{L}{2}P_{sbarra}+DP_{massa}\right)}{L}\tan\theta$$

3B) sostituendo i valori si ha:

$$F=\frac{\left(\frac{L}{2}M+\frac{L}{3}M1\right)g}{L}\tan\theta=\left(\frac{1}{2}14+\frac{1}{3}9\right)9{,}8\cdot\sqrt{3}=10\cdot 9{,}8\cdot\sqrt{3}=169{,}7\cong 170N$$

4A) Per il primo principio della TD:

$$\Delta U=Q-L$$

Poiché il teatro ha pareti rigide:

$$L=0 \quad \rightarrow \quad \Delta U=Q$$

Conoscendo la potenza termica dispersa da una persona

$$W=\frac{dQ}{dt}$$

conoscendo il tempo e conoscendo il numero di persone si ha:

$$\Delta U=Q=N\,W\,T$$

4B) Poiché le pareti del teatro sono adiabatiche e rigide non c'è lavoro totale e non c'è scambio di calore con l'esterno. Quindi il sistema ARIA+PERSONE non compie lavoro e non scambia calore con l'esterno (c'è solo scambio di calore interno al sistema cioè tra persone e aria) e, per primo principio della TD, la variazione di energia interna è nulla

$$\Delta U_{ARIA+PERSONE}=0$$

4C) Valori numerici:

$$W=100\,\frac{J}{s};T=15\cdot 60s=900s;N=1800$$
$$\Delta U=1800\cdot 100\cdot 900=162\cdot 10^6 J=162\,MJ$$

5) In un ciclo

$$L=Q_{totale}=Q_1+Q_2+Q_3=Q+Q_2+Q_3=\frac{3}{2}Q$$

Quindi:

$$Q_2 + Q_3 = \frac{1}{2}Q \qquad (eq.1)$$

La variazione di entropia dell'universo è uguale alla somma delle variazioni di entropia delle varie sorgenti termiche:

$$\Delta S_{universo} = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = -\frac{Q}{T} - \frac{Q_2}{\frac{2}{3}T} - \frac{Q_3}{\frac{1}{3}T} = \frac{2Q}{T}$$

Da cui si ottiene

$$-\frac{Q_2}{2} - Q_3 = Q \qquad (eq.2)$$

Risolvendo le equazioni 1 e 2 si può calcolare:

$$Q_2 = 3Q$$

$$Q_3 = -\frac{5Q}{2}$$