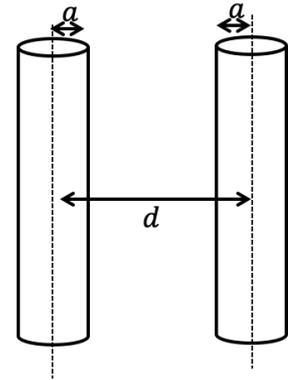




**Esercizio 1 (8 punti)**

Due conduttori cilindrici di raggio  $a$ , rettilinei, paralleli tra loro e di lunghezza infinita, posti nel vuoto a distanza  $d$  l'uno dall'altro, hanno stessa densità di carica in modulo ma di segno opposto. Nota la differenza di potenziale  $V_0$  tra di essi, determinare il modulo della carica per unità di lunghezza  $\lambda$  ed il modulo della densità di carica superficiale  $\sigma$  presente su ciascuno dei due conduttori.



**Esercizio 2 (8 punti)**

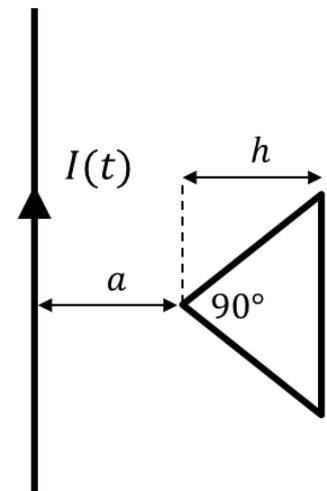
Una sfera di raggio  $a$ , fatta di materiale dielettrico non omogeneo, elettricamente neutra, è posta in un campo elettrico. Sapendo che  $\text{div } \vec{P} = k/r$  ( $k$  costante,  $r$  sia la distanza dal centro della sfera), determinare la carica totale di polarizzazione sulla superficie della sfera  $Q_{sup}^{pol}$ .

**Esercizio 3 (8 punti)**

Un solenoide rettilineo indefinito ha sezione circolare di raggio  $a$  e coefficiente di autoinduzione per unità di lunghezza  $L_0$ . Lungo l'asse del solenoide e per tutta la sua lunghezza viene sistemata una barra cilindrica di materiale ferromagnetico di raggio  $b = a/5$ ; si trova allora che il coefficiente di autoinduzione (per unità di lunghezza) diventa  $L = 4 L_0$ . Calcolare la permeabilità magnetica relativa  $\mu_r$  del materiale ferromagnetico.

**Esercizio 4 (8 punti)**

Una spira a forma di triangolo rettangolo e isoscele è complanare a un lungo filo percorso da una corrente lentamente variabile  $I = I_0 \cos(\omega t)$ . Calcolare l'espressione della forza elettromotrice indotta nella spira assumendo i parametri geometrici in figura.



**Domanda**

Considerare la scarica di un condensatore carico a  $Q_0$  su una resistenza  $R$ . Ricavare (esplicitando i passaggi più significativi) l'andamento della  $Q(t)$  del condensatore e la  $I(t)$  che scorre nel circuito (disegnarne anche l'andamento delle grandezze nel tempo in maniera approssimata).

## Soluzioni

### Esercizio 1

$$E_0(x) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) \quad (a \leq x \leq d-a)$$

$$V_0 = \int_a^{d-a} E_0(x) dx = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d-a}{a} \rightarrow \lambda = \frac{\pi\epsilon_0 V_0}{\ln \frac{d-a}{a}} \quad \sigma = \frac{\lambda}{2\pi a} = \frac{\epsilon_0 V_0}{2a \ln \frac{d-a}{a}}$$

### Esercizio 2

$$0 = Q_{tot} = Q_{\tau}^{pol} + Q_{sup}^{pol} \quad \text{div } \vec{P} = \frac{k}{r} = -\rho_{pol}$$

$$Q_{\tau}^{pol} = \int_{sfera} \rho_{pol} d\tau = - \int_0^a \frac{k}{r} 4\pi r^2 dr = -2\pi k a^2 \quad Q_{sup}^{pol} = -Q_{\tau}^{pol} = 2\pi k a^2$$

### Esercizio 3

L'induttanza del solenoide nel vuoto per unità di lunghezza è  $L_0 = \mu_0 n^2 \pi a^2$  (H/m).  
Quando è inserita la sbarra cilindrica ferromagnetica si ha

$$L = \mu_0 \mu_r n^2 \pi b^2 + \mu_0 n^2 \pi (a^2 - b^2)$$

$$\mu_r = 1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 \left(\frac{L}{L_0} - 1\right) = 76$$

### Esercizio 4

$$\begin{aligned} f_i &= -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS = -\frac{d}{dt} \int_a^{a+h} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2(r-a) dr = \\ &= -\frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{dI}{dt}\right) \int_a^{a+h} \left(1 - \frac{a}{r}\right) dr = \frac{\mu_0}{\pi} (\omega I_0 \sin \omega t) \left(h - a \ln \frac{a+h}{a}\right) \end{aligned}$$