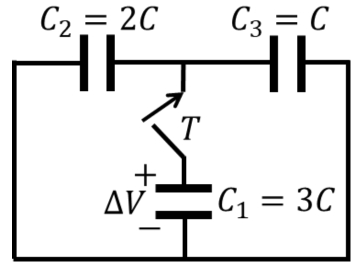
SAPIENZA, UNIVERSITA' DI ROMA
Ingegneria Elettrotecnica

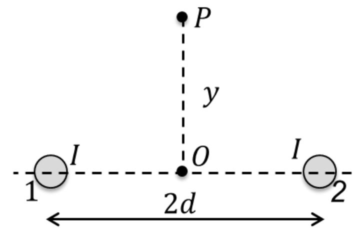
Prova scritta di Fisica 2 – 7 febbraio 2020

Esercizio 1 (8 punti)
Su una sfera isolante di raggio R è depositata una carica la cui densità di volume varia con la legge $\rho = k/r^2$ con r la distanza dal centro della sfera e k nota. Determinare l'energia del campo elettrostatico presente in tutto lo spazio.

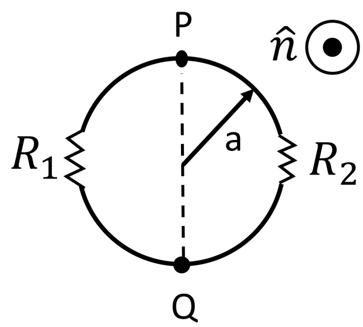
Esercizio 2 (8 punti)
Tre condensatori sono disposti come in figura. Inizialmente, ad interruttore T aperto, C_2 e C_3 sono scarichi, mentre C_1 ha tensione ΔV. Successivamente si chiude T; determinare le cariche Q_1, Q_2, Q_3 e le tensioni finali $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3$ dei tre condensatori ($C = 1$ nF, $\Delta V = 20$ V).



Esercizio 3 (8 punti)
Due fili conduttori rettilinei 1 e 2 complanari e paralleli (da considerarsi infinitamente estesi), separati da una distanza $2d$, sono percorsi nello stesso verso da una corrente continua I. Si consideri un piano ortogonale ai due fili (piano in figura): si determini a quale distanza y lungo la linea di mezzeria, dal centro O del sistema, il modulo del campo B è massimo.



Esercizio 4 (8 punti)
Una spira circolare di **raggio a** è immersa in aria in un campo $\vec{B} = B_0 \sin \omega t \ \hat{n}$ dove $\hat{n}$ è il vettore unitario ortogonale al piano della spira. Istante per istante il campo $\vec{B}$ è uniforme. Le due metà della spira a sinistra e a destra del diametro PQ hanno resistenze diverse R_1e R_2. Dare l'espressione della $\Delta V_{PQ} = V_P - V_Q$, trascurando l'autoinduzione.



Domanda
Determinare le azioni meccaniche di un campo magnetico uniforme su una spira piana rettangolare percorsa da corrente. Definire inoltre il momento magnetico.

Soluzioni

Esercizio 1

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^r \frac{k}{r^2}4\pi r^2 dr = \frac{4\pi k}{\varepsilon_0} r \rightarrow E = \frac{k}{\varepsilon_0 r} \quad (r \leq R)$$

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^R \frac{k}{r^2}4\pi r^2 dr = \frac{4\pi \alpha}{\varepsilon_0} R \rightarrow E = \frac{kR}{\varepsilon_0 r^2} \quad (r \geq R)$$

$$U_E = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^\infty E^2 d\tau = \frac{2\pi k^2}{\varepsilon_0}\int_0^R dr + \frac{2\pi k^2 R^2}{\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{4\pi k^2}{\varepsilon_0} R$$

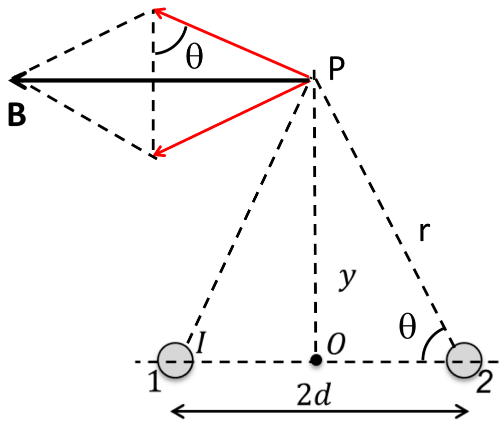
Esercizio 2

Nello stato finale i condensatori sono in parallelo e quindi

$$\frac{Q_1}{3C} = \frac{Q_2}{2C} = \frac{Q_3}{C} \text{ e } Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3C\Delta V$$

da cui $Q_3 = 10nC, Q_2 = 20nC\ e\ Q_1 = 30\ nC$ e $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = 10V$

Esercizio 3



$$B = 2\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}\sin\theta = \frac{\mu_0}{\pi} I \frac{y}{d^2 + y^2}$$

$$\frac{dB}{dy} = \frac{\mu_0}{\pi} I \left[\frac{1}{d^2 + y^2} - \frac{2y^2}{(d^2 + y^2)^2}\right]$$

Il massimo si ha per $\frac{dB}{dy} = 0$ ossia per $y = d$.

Esercizio 4

$$f_i(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B_0 sin\omega t\ \pi a^2) = -\omega B_0 \pi a^2 cos\omega t \quad i(t) = \frac{f_i(t)}{R_1 + R_2}$$

La f.e.m. indotta è uniformemente distribuita sulla spira. Orientando coerentemente con la regola della mano destra la normale alla spira ed il suo verso di percorrenza, la legge di Ohm generalizzata applicata a destra di PQ risulta

$$\Delta V_{PQ} = V_P - V_Q = -\frac{1}{2}f_i(t) + R_2 i(t) = -\frac{1}{2}f_i(t) + \frac{R_2}{R_1 + R_2}f_i(t) = \frac{R_1 - R_2}{2(R_1 + R_2)}\ \omega B_0 \pi a^2 cos\omega t$$