Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti

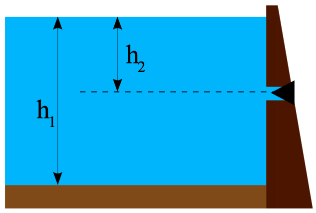
Prova di esame del 17 gennaio 2019
IV APPELLO ordinario – a.a. 2018-19

Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Una massa puntiforme m_1 è attaccata a un estremo di una corda di lunghezza L_1 il cui altro estremo è fissato in un punto O su di un piano orizzontale privo di attrito. La massa si muove di moto circolare uniforme su tale piano. Una seconda massa puntiforme m_2 è attaccata radialmente alla prima tramite una corda di lunghezza L_2 e si muove anch'essa di moto circolare in maniera tale che le due corde risultano costantemente allineate. Noto il periodo T del moto, determinare le espressioni delle tensioni τ_1 e τ_2 lungo le due corde. Entrambe le corde sono ideali (ovvero inestensibili e prive di massa).

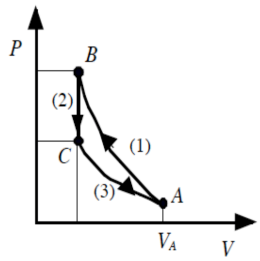
2. Un'asta omogenea di massa m = 1 kg e lunghezza L = 1 m è appesa per un estremo O (vincolo senza attrito) in un piano verticale e, mentre si trova in equilibrio, viene colpita perpendicolarmente nell'estremo libero con un impulso di modulo J, di cui si deve determinare il valore sapendo che, in seguito al colpo, l'asta raggiunge la posizione orizzontale con velocità nulla.

3. L'acqua di un bacino artificiale è profonda h_1 = 15.2 m. Un tubo orizzontale con diametro d pari a 4.3 cm attraversa la diga alla profondità h_2 = 6.15 m. Un tappo chiude l'apertura del tubo. Si determini:
a) il modulo della forza di attrito tra il tappo e le pareti del tubo;
b) il volume di acqua che esce dal tubo (in cui il fluido può scorrere senza attrito) in tre ore se il tappo viene tolto. Si consideri costante la profondità del bacino.



4. Un gas perfetto monoatomico, con un numero di moli pari ad n, esegue il ciclo termodinamico mostrato in figura, basato sulle seguenti trasformazioni:
1. una compressione adiabatica, in cui il volume è ridotto ad 1/3 del valore originario V_A;
2. una trasformazione isocora, in condizioni quasi statiche tali da poter essere considerate reversibili;
3. un'espansione isoterma che riporta il gas allo stato iniziale.

Calcolare: ***a)*** il rapporto tra i lavori eseguiti nelle trasformazioni CA e AB;
b) il lavoro L_{AB} compiuto durante la trasformazione AB, sapendo che durante il ciclo il gas scambia una quantità di calore Q = -4.18 kJ.



5. Una massa m = 100 g a temperatura T_1 = 300 K di un liquido con calore specifico c = 0.8 cal/gK viene versata in un recipiente adiabatico contenente un'eguale quantità dello stesso liquido a temperatura T_2 = 400 K. Si determini la variazione di entropia del sistema.

Sezione TEORIA** - **Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare l'espressione dell'energia meccanica di un oscillatore armonico.

T2. Ricavare l'espressione di un'adiabatica reversibile di un gas perfetto.

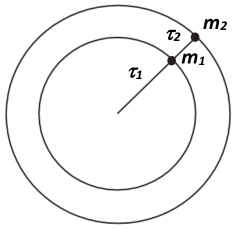
Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti

Prova di esame del 17 gennaio 2019
VI APPELLO ordinario – a.a. 2018-19

-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -

1. Applicando la seconda legge della dinamica rispettivamente alla massa m_1 e m_2, e proiettando tale relazione in direzione radiale si ha:

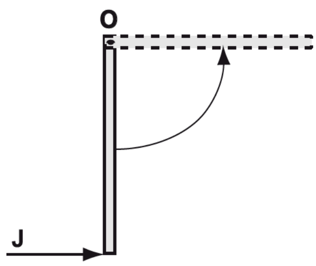


per m_1: $\tau_1 - \tau_2 = m_1 a_1$ dove $a_1 = \omega^2 L_1$
per m_2: $\tau_2 = m_2 a_2$ dove $a_2 = \omega^2 (L_1 + L_2)$

Risolvendo tale sistema di due equazioni nelle due incognite τ_1 e τ_2, si ha:
$\tau_2 = m_2 \omega^2 (L_1 + L_2)$ e $\tau_1 = \omega^2 [\, m_2 (L_1 + L_2) + m_1 L_1 \,]$ *essendo* $\omega = 2\pi/T$

---

2. Durante il colpo (urto) si conserva il momento della quantità di moto rispetto al punto O, quindi, indicando con ω la velocità subito dopo l'urto: $JL = I_0 \omega$
Essendo $I_0 = (mL^2)/3$, ω può essere calcolato applicando il principio di conservazione dell'energia meccanica tra la posizione inziale (asta verticale) e quella finale (asta orizzontale):



$$\frac{1}{2} I_0 \omega^2 = mg\frac{L}{2} \quad \Longrightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 5.4 \text{ rad s}^{-1} \quad \Longrightarrow \quad J = \mathbf{1.8\ N\ s}$$

---

3. La forza esercitata dall'attrito sul tappo è quella che tiene in equilibrio il tappo soggetto alla pressione interna dell'acqua: $\mathbf{F_t} + \mathbf{P}*\mathbf{S} = 0$. $|\mathbf{F_t}| = \rho\, g\, (h_2)\, S$, dove $S = \pi\, (d/2)^2$.

a) $|\mathbf{F_t}|$ = **87.6 N**

b) Il calcolo del volume segue il calcolo della velocità con cui il fluido esce dal foro, considerando costante il livello del bacino ad un fluido in moto senza attrito: $V = v*t*S$; $t = 3*3600$ s; $v = \sqrt{2\, g\, h_2}$.
Si ottiene che V = **172.3 m³**

4. Nel calcolo del lavoro nella trasformazione adiabatica abbiamo $L_{AB} = - \Delta U = - nc_V (T_B-T_A)$. Sfruttando la relazione che sussiste tra T e V in una adiabatica: $T_B = 3^{(\gamma-1)} T_C$. $L_{AB} = - n\ 3/2\ RT_C (3^{(2/3)} - 1)$. Per l'isoterma: $L_{CA} = nRT_C \ln (V_A/V_C) = n\ RT_C \ln 3$.

- ***a)*** Il rapporto L_{CA} / L_{AB} che si ottiene è L_{CA} / L_{AB} = **- 0.68**.
- ***b)*** Utilizzando il primo principio della termodinamica si ottiene: $Q = L_{AB} + L_{CA} = L_{AB} (1 + L_{CA} / L_{AB})$. Ne risulta che $L_{AB} = Q/(1 + L_{CA} / L_{AB})$ da cui: $\boldsymbol{L_{AB}}$ **= -13 kJ**

---

5. Per la temperatura di equilibrio T_E del liquido nel contenitore:

$mc\ (T_E - T_1) = mc\ (T_2 - T_E)$ $\Rightarrow$ $T_E = (T_1 + T_2)/2 =$ **350 K**

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_E} \frac{\partial Q}{T} = mc \ln \frac{T_E}{T_1} = 12.33 \text{ cal/K} \qquad \Delta S_2 = \int_{T_E}^{T_2} \frac{\partial Q}{T} = mc \ln \frac{T_E}{T_2} = -10.68 \text{ cal/K}$$

$\Delta S_{Sist} = \Delta S_1 + \Delta S_2 =$ **1.65 cal/K**
