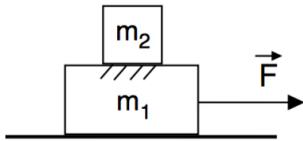




**Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.**

1. Un punto materiale di massa  $m$  è posto sulla sommità di una calotta semi-sferica di raggio  $R = 30$  cm fissata ad un piano orizzontale. In assenza di qualunque forma di attrito, calcolare la distanza percorsa sulla calotta dal punto materiale fino al momento del suo distacco se, in seguito ad una perturbazione, comincia a scivolare su di essa.
2. Considerare il sistema in figura. Supponendo che tra la cassa di massa  $m_1 = 45$  kg e il suolo l'attrito sia trascurabile e che invece il coefficiente di attrito statico tra la cassa di massa  $m_2 = 18$  kg e quella di massa  $m_1$  sia  $\mu_s = 0.35$ , determinare la massima forza  $F$  che può essere applicata senza che la cassa di massa  $m_2$  scivoli. In tale condizione, calcolare l'energia cinetica del sistema, supposto inizialmente fermo, dopo l'applicazione della forza massima per un tempo totale pari a 7 s.  

3. Un corpo di massa  $m = 0.75$  kg è appeso ad una molla di costante elastica  $k = 12$  N/m. Quando il corpo è immerso verticalmente in un liquido, in condizioni di equilibrio l'allungamento della molla differisce del 10% dall'allungamento che la molla subisce fuori dal liquido. Determinare: a) la densità del liquido, conoscendo la densità del materiale del corpo [ $\rho_c = 7.5 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>]; b) il periodo  $T$  delle oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio quando il corpo è immerso nel liquido assumendo che si possano trascurare completamente gli effetti dovuti all'attrito.
4. Un cuneo di stagno penetra in un blocco di legno con velocità di ingresso  $V_p = 135$  m/s e si ferma. La temperatura iniziale del proiettile è  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ . Ammettendo che il 50% dell'energia persa dal proiettile prima di fermarsi si trasformi in calore ceduto al proiettile stesso, determinare la sua temperatura finale. Si determini anche quale dovrebbe essere la velocità del proiettile per arrivare alla sua fusione. [Si assuma il fenomeno adiabatico ed istantaneo;  $T_{fus,Sn} = 231,9^\circ\text{C}$ ;  $c_{Sn} = 228$  J/kg K]
5. Una mole di gas perfetto monoatomico è inizialmente in equilibrio termodinamico a temperatura  $T_0 = 300\text{K}$  in un recipiente chiuso. Il sistema costituito dal recipiente e dal gas viene portato alla temperatura  $T_1 > T_0$  ponendolo in contatto con una sorgente ideale  $T_1 = 1.5 T_0$  (trascurare la dilatazione termica del recipiente). Determinare:
  - a) la quantità di calore ceduta dalla sorgente;
  - b) la variazione di entropia subita dal gas ad equilibrio raggiunto;
  - c) la variazione di entropia della sorgente;
  - d) la natura di reversibilità o irreversibilità della trasformazione.

**Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

- T1. Che relazione esiste tra la seconda legge di Keplero (Il segmento (raggio vettore) che unisce il centro del Sole con il centro del pianeta descrive aree uguali in tempi uguali) ed il fatto che la forza di gravitazione universale è una forza centrale?
- T2. Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del II principio della termodinamica.



----- SOLUZIONI -----

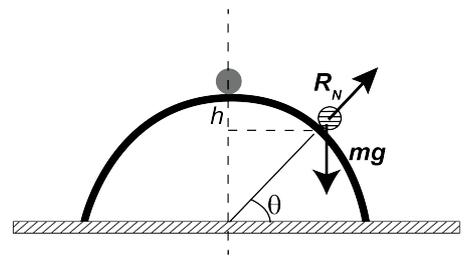
1. In assenza di attrito si ha conservazione dell'energia meccanica:  $\frac{1}{2}mv^2 = mgh = mgR(1 - \sin\theta)$

Il punto materiale percorre una traiettoria circolare (moto non uniforme) fin quando rimane sulla calotta:

$$m g \cos\theta = ma_\tau$$

$$m g \sin\theta - R_N = \frac{mv^2}{R}$$

Il punto materiale rimane sulla calotta sferica fino a quando  $R_N > 0$  e si stacca quando  $R_N = 0$ .



$$\theta = \arcsin\left(\frac{2}{3}\right) \cong 41.8^\circ$$

$$d = R \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cong 25.2 \text{ cm}$$

2. Per i due sistemi si scrive:  $F = (m_1 + m_2) a$  e  $m_2 a - F_{a,max} = 0$  avendo scelto per il corpo 2 un sistema di riferimento non inerziale centrato sul corpo 1. Dalla seconda equazione si ottiene  $a = \mu_s g$  ed  $F_{max} = (m_1 + m_2) \mu_s g = 216 \text{ N}$ . Il sistema accelera per 7 s, acquisendo una velocità pari a  $v(t_f) = \mu_s g t_f$ . L'energia cinetica totale sarà quindi alla fine pari a  $E_k = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) (\mu_s g t_f)^2 = 18.2 \text{ kJ}$ .

3. Nel caso in cui la massa  $m$  sia appesa ad una molla in aria avremo  $kx_0 - mg = 0$ . Quando il corpo è immerso nel liquido:  $kx - mg + Fa = 0$ .  $Fa$  (la spinta di Archimede) è pari a  $\rho_1 Vg$  e quindi a  $\rho_1 (M/\rho)g = P(\rho_1/\rho)$ . Nel caso dell'immersione nel liquido  $x = 0.9 x_0$ . Si ottiene  $0.9 kx_0 - mg + mg (\rho_1/\rho) = 0$  da cui  $\rho_1 = 0.1 \rho = 750 \text{ kg/m}^3$ . Nel caso delle oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio scriveremo  $-kx - mg + Fa = m d^2x/dt^2$ . Sia il termine dovuto alla forza peso che alla spinta di Archimede sono costanti e cambiano il punto di oscillazione del corpo ma non cambiano la pulsazione ed il periodo dell'oscillazione. Potendo trascurare gli attriti si scrive:  $T = 2\pi/\omega = 2\pi \sqrt{m/k} = 1.57 \text{ s}$ .

4. Il calore assorbito dal proiettile di Sn, è pari al 50% dell'energia cinetica del proiettile:

$$Q = mc_{\text{proiettile}}\Delta T = 0.5K = \frac{1}{4}mv^2 \Rightarrow \Delta T = 20 K \Rightarrow T = 313,16 K$$

Per raggiungere la temperatura di fusione dello Sn deve essere

$$\Delta T = 211,90 K \Rightarrow v = \sqrt{4c_{\text{proiettile}}\Delta T} = 439,60 m/s$$

---

---

5.

a)  $Q_{\text{sorgente}} = -Q_{\text{gas}} = -nc_V(T_1 - T_0) = -1870 J$

b)  $\Delta S_{\text{gas}} = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{nc_V dT}{T} = nc_V \ln \frac{T_1}{T_0} = 5.05 J/K$

c)  $\Delta S_{\text{sorgente}} = \frac{Q_{\text{sorgente}}}{T_{\text{sorgente}}} = -4.16 J/K$

d) Essendo  $\Delta S_{\text{totale}} = 0.89 J/K > 0$  la trasformazione è irreversibile.

---

---