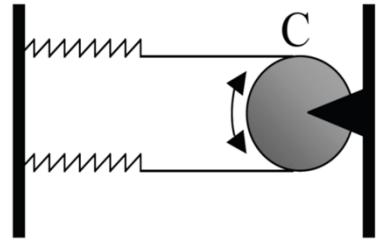




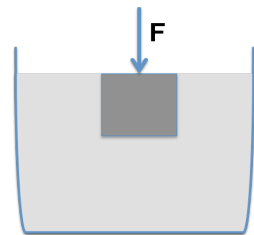
Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un punto materiale di massa $M = 1$ kg è attaccato all'estremità di un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza $L = 1$ m. L'altra estremità del filo è fissata ad un punto posto ad altezza L rispetto ad un piano orizzontale. Il sistema viene messo in rotazione attorno ad un asse verticale passante per il punto in cui è fissato il pendolo con velocità angolare ω che aumenta nel tempo. Sapendo che la tensione massima che il filo può sopportare è pari a $T = 19.6$ N, determinare:
- l'angolo di apertura del pendolo (rispetto all'asse di rotazione) in corrispondenza del quale il filo si spezza;
 - la distanza tra il punto in cui il corpo tocca il piano orizzontale e l'asse di rotazione.

2. Nel sistema mostrato in figura, un disco omogeneo C, di massa $M_C = 0.7$ kg, può ruotare senza attrito intorno ad un perno passante per il suo centro di massa. Due molle uguali di costante elastica $k = 2$ N/m sono collegate agli estremi del disco come mostrato in figura. Calcolare il periodo delle oscillazioni del sistema, nell'ipotesi che venga ruotato inizialmente di un piccolo angolo ϑ rispetto alla posizione di equilibrio e quindi lasciato libero di oscillare.



3. La densità di un blocco cubico di legno di lato $l = 10$ cm è $\rho = 3/5 \rho_{acqua}$. Determinare il modulo della forza verticale F (applicata come in figura) necessaria per tenerlo in equilibrio, immerso a pelo d'acqua, come in figura. Se la forza F viene rimossa istantaneamente calcolare:
- l'accelerazione acquisita dal blocco all'istante di rimozione della forza;
 - la frazione di volume immersa al momento in cui l'accelerazione si annulla.



4. Due moli di gas perfetto monoatomico compiono la trasformazione politropica $pV^{1/2} = \text{cost}$, facendo un lavoro $L = 100$ J. Determinare la variazione di temperatura del gas.
5. Una macchina termica, che ha un rendimento pari al 70% di quello ideale, opera tra due sorgenti ideali a temperatura $T_1 = 380^\circ\text{C}$ e $T_2 = 20^\circ\text{C}$. Il lavoro prodotto dalla macchina viene utilizzato per mettere in rotazione un disco di raggio $R = 1.2$ m e massa $M = 120$ kg, inizialmente fermo. Determinare la velocità angolare che raggiunge il disco se la macchina trasferisce una quantità di calore $|Q_2| = 3.5$ kJ alla sorgente a temperatura T_2 .

Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Dimostrare che l'angolo massimo di inclinazione di un piano scabro su cui un corpo rimane in equilibrio non dipende dalla massa del corpo (nell'ipotesi che non cambi la natura delle superfici in contatto).
- T2. Ricavare la disuguaglianza di Clausius.



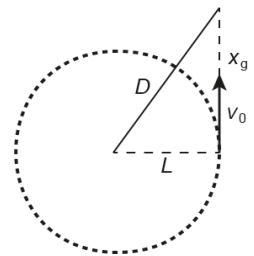
----- SOLUZIONI -----

1. Se θ è l'angolo di apertura del filo rispetto all'asse di rotazione, si ha che $T \cos \theta = Mg$ e $T \sin \theta = M \omega^2 R = M \omega^2 L \sin \theta$, da cui:

(1) $\cos \theta_{\max} = Mg / T_{\max}$

(2) $\omega_{\max}^2 = T_{\max} / ML$. Sostituendo $\theta_{\max} = 60^\circ$.

Quando si spezza il filo, la massa si muove di moto parabolico sotto l'effetto della accelerazione di gravità, partendo dalla quota $h = L(1 - \cos \theta)$ con velocità $v_0 = \omega_{\max} R = \omega_{\max} L \sin \theta$. Tocca il piano a distanza D dall'asse di rotazione data da $D^2 = x_g^2 + L^2 \sin^2 \theta = \{ \dots \text{sostituendo tramite la (1) e la (2)} \dots \} = L^2 \sin^2 \theta \cdot 2 T_{\max} / Mg$. Sostituendo si ottiene $D = 1.5 \text{ m}$.



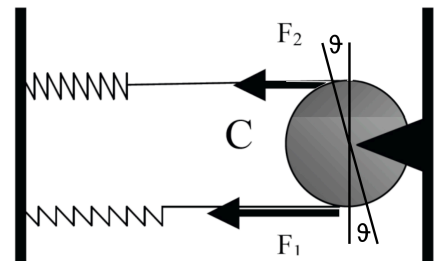
2. Le forze applicate negli estremi sono inizialmente F_{01} ed F_{02} (uguali in modulo).

In seguito alla rotazione: $F_1 = F_{01} + k R \theta$ e $F_2 = F_{02} - k R \theta$.

Dal teorema del momento angolare si ottiene: $I \alpha = -2 k R^2 \theta$.

Sostituendo I del disco rigido si ottiene $\omega = 2 \sqrt{k/M}$,

da cui $T = \pi \sqrt{M/k} = 1.86 \text{ s}$



3. Inizialmente: $F + P + S = 0$

$P = mg = \rho_l l^3 g$; $S = \rho_a V_{\text{imm}} g = \rho_a l^3 g$; $\rho_a = 10^3 \text{ kg/m}^3$;

proiettando:

$F = g l^3 (\rho_a - \rho_l) = g l^3 (1 - \rho_l / \rho_a) \rho_a = 2/5 \rho_a l^3 g \rightarrow F = 3.92 \text{ N}$

Alla rimozione di F : $S' - P = ma \rightarrow \rho_a l^3 g - \rho_l l^3 g = \rho_l l^3 a \rightarrow a = 2/3 g = 6.5 \text{ m/s}^2$

Quando $a = 0$ è $S'' = P \rightarrow \rho_a l^2 x_{\text{imm}} g = \rho_l l^3 g \rightarrow x_{\text{imm}} = l (\rho_l / \rho_a) = 3/5 l$

Quindi $V_{\text{imm}} = 3/5 V$

4. $Q - L = \Delta U \Rightarrow n c_K \Delta T - L = n c_V \Delta T \Rightarrow \Delta T = L / n (c_K - c_V)$

Essendo $c_K = c_V + R / (1 - k) \Rightarrow \Delta T = L / 4R = 3 \text{ K}$

5. Il rendimento η è pari a $0.7 * \eta_{rev}$ da cui si ha: $\eta = 0.39$. Avendosi $Q_c = Q_2$ e $L = \eta Q_a$ si ottiene $\eta Q_a = Q_a - |Q_c|$ da cui $Q_a = 5738$ ed infine $L = Q_a - |Q_c| = 2238 \text{ J}$.

Dal teorema dell'energia cinetica: $L = \frac{1}{2} I \omega^2$ da cui $\omega = 7.2 \text{ rad/s}$.
