Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

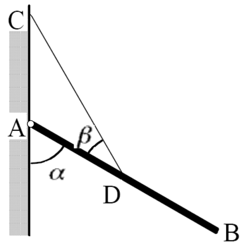
Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi e Alessio Sarti

Prova di esame del 27 ottobre 2020
APPELLO straordinario – a.a. 2019-20

Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un punto materiale (bersaglio) si muove lungo un asse x orizzontale secondo la legge oraria $x_B(t)=x_0+A\cos(2\pi ft+\varphi)$, essendo x_0=5 m, A=0.1 m e f=0.5 s^{-1}. Un secondo punto materiale (proiettile) si trova inizialmente nell'origine di un sistema cartesiano (x,y). All'istante t=0, il proiettile viene lanciato con velocità in modulo pari a v_0 inclinata di 45° rispetto all'asse x orizzontale. Si determinino i valori di v_0 e φ tali che si colpisca il bersaglio lanciando il proiettile con il minimo valore di v_0 possibile.

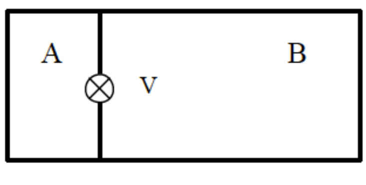
2. Un'asta omogenea AB di massa M=1kg è incernierata in A ad una parete verticale ed è sostenuta da una fune ideale CD, vincolata a metà dell'asta. L'angolo tra asta e parete è α=60° e quello tra corda e asta è β=30°.
Ipotizzando l'assenza di attriti, si determini: ***a)*** la tensione della fune;
b) la reazione vincolare in C;
c) la reazione vincolare in A.



3. Ad una boa di volume V_B = 230 litri e massa m_B = 35 kg è appesa una catena di volume trascurabile e massa M_C = 95 kg. Alla fine della catena è attaccato un corpo di volume V_C = 8 litri e massa M.
a) Si determini la massima massa M_{max} possibile per tale corpo, se non si vuole che affondi.
b) Nell'ipotesi che il corpo appeso abbia una massa pari alla metà di M_{max}, si determini la frazione di volume della boa che affiora dall'acqua.

4. Un gas perfetto esegue un ciclo diretto reversibile formato da due adiabatiche (*AB* e *CD*) e da due isobare (*BC* e *DA*). Sapendo che una delle due adiabatiche avviene tra i due stadi con A e B con T_A = 450 K e T_B = 800 K, mentre l'altra (tra gli stadi C e D) è caratterizzata da una temperatura massima T = 1400 K. Dopo aver disegnato il ciclo nel piano PV, si calcoli il suo rendimento.

5. Una mole di gas perfetto monoatomico contenuto in un volume A. In seguito all'apertura di una valvola (V), il gas si espande liberamente nel volume B, inizialmente vuoto, fino a raggiungere l'equilibrio. Considerando le pareti del recipiente rigide e adiabatiche, calcolare la variazione di energia interna e di entropia del gas. (V_B=3V_A).



Sezione TEORIA - ***Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

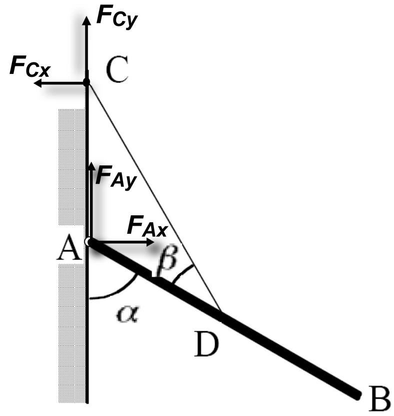
T1. Enunciare la cosiddetta prima legge di Keplero e dimostrare che le orbite dei pianeti sono piane.
T2 Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del II principio della Termodinamica.

-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -

Esercizio 1

Poiché nel moto parabolico il proiettile è lanciato con velocità inclinata di 45° rispetto all'orizzontale, la gittata è $x_g = v_0^2/g$. Affinché la velocità sia la minima possibile, l'impatto deve avvenire nel punto più vicino possibile al lancio, ovvero $x = x_0 - A$. Quindi $v_0 = \sqrt{g(x_0 - A)} = 6.9$ m/s. Essendo il tempo di volo pari a $t_{volo} = \sqrt{2}\, v_0/g$ la condizione affiché il proiettile colpisca il bersaglio è che $\omega t_{volo} + \varphi = \pi + 2k\pi$ da cui si ottiene $\varphi = \pi + 2k\pi - 2\pi f\sqrt{2}\sqrt{(x_0 - A)/g} = 2k\pi$

Esercizio 2



All'equilibrio, considerando il sistema sbarra+corda, considerando come polo il punto A:

a)
$$\begin{cases} \vec{F}_e = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} -F_{Cx} + F_{Ax} = 0 \\ F_{Cy} + F_{Ay} - Mg = 0 \end{cases} \\ \\ \vec{M}_e = 0 \quad \Rightarrow Mg\dfrac{L}{2}\sin\alpha - F_{Cy}\dfrac{L}{2}\sin\alpha + F_{Cx}\dfrac{L}{2}\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

La tensione è diretta lungo la corda stessa; essendo $\dfrac{F_{Cx}}{F_{Cy}} = tg(\alpha - \beta)$,

si ha un sistema di 4 equazioni in 4 incognite, dalla cui soluzione si ha:

$$\begin{cases} F_{Cx} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg = 8{,}5N \\ F_{Cy} = \dfrac{3}{2}Mg = 14{,}7N \end{cases} \quad \Rightarrow \quad T = F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} = 17{,}0N$$

b) Per il III principio, la reazione nel punto C è uguale ed opposta alla tensione.

c) Per la reazione vincolare in A
$$\begin{cases} F_{Ax} = F_{Cx} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}Mg = 8{,}5N \\ F_{Ay} = -F_{Cy} + Mg = -\dfrac{1}{2}Mg = -4{,}9N \end{cases}$$

Esercizio 3

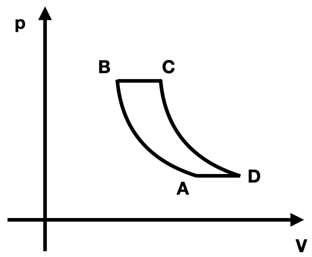
Imponendo l'equilibrio si ottiene:

$$m_B\, g + M_C\, g + M_{max}\, g - V_B\, \rho_{acqua}\, g - V_C\, \rho_{acqua}\, g = 0 \quad \text{da cui } M_{max} = 108 \text{ kg.}$$

Nel caso in cui la massa sia la metà di quella massima, imponendo l'equilibrio si ottiene la frazione di volume emersa:

$$m_B\, g + M_C\, g + M_{max}/2\, g - V_B(\,1 - f\,)\, \rho_{acqua}\, g - V_C\, \rho_{acqua}\, g = 0 \quad \text{da cui f = 0.23.}$$

Esercizio 4



Per le adiabatiche si avrà: $T_A P_A^{\,(1-\gamma)/\gamma} = T_B P_B^{\,(1-\gamma)/\gamma}$, e $T_C P_C^{\,(1-\gamma)/\gamma} = T_D P_D^{\,(1-\gamma)/\gamma}$

mentre per le isobare: $P_A = P_D$ e $P_B = P_C$.

Si ottiene quindi che: $T_D = (T_A\, T_C)/\, T_B$ = 787 K.

Il rendimento si calcola usando il calore scambiato nelle isobare:

$$\eta = 1 - Q_{ced}/Q_{ass} = 1 - n\, c_P\, (T_D - T_A)\, /\, n\, c_P\, (T_C - T_B) = 0.44$$

Esercizio 5

$\Delta U = 0$; $\Delta S = R\ln 4$
