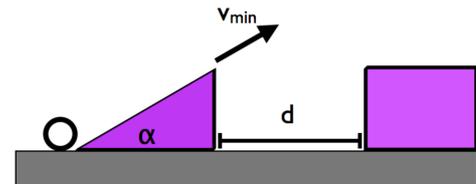




**Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.**

1. Un punto materiale si muove lungo un piano inclinato (come mostrato in figura). Raggiunto il punto più alto del piano inclinato con la velocità minima  $v_{min}$  necessaria a coprire la distanza  $d$ , effettua una traiettoria parabolica raggiungendo lo spigolo di un blocchetto, alto come il piano inclinato, posto a distanza  $d = 4,5$  m. Sapendo che  $v_{min}$  vale 8 m/s determinare: **a)** l'angolo di inclinazione del piano; **b)** l'angolo che il vettore velocità forma con l'asse  $x$  dopo 0.1 s dal salto.



2. Un punto materiale di massa  $M=4\text{kg}$ , inizialmente fermo su un piano orizzontale scabro ( $\mu_d = 0.5$ ), esplose in tre frammenti rispettivamente di massa  $M_1=M/3$ ,  $M_2=M/6$  e  $M_3=M/2$ . Sapendo che il primo dei tre frammenti rimane fermo e che il secondo, prima di fermarsi, descrive una traiettoria rettilinea di lunghezza  $d=2\text{m}$ , calcolare lo spazio  $D$  percorso dal terzo frammento e l'energia sviluppata nell'esplosione.
3. Una sbarra rigida, di lunghezza  $l=50$  cm e densità  $\rho_s=0.5\text{g/cm}^3$ , può ruotare in un piano verticale intorno ad un asse fisso orizzontale cui è incernierata ad un estremo. L'asse si trova immerso in acqua ad una profondità  $h=30$  cm. Si determinino le possibili posizioni di equilibrio.
4. Una mole di gas perfetto monoatomico partendo da uno stato di equilibrio caratterizzato dalla pressione  $p_0$  e dalla temperatura  $T_0$  esegue la trasformazione:  $p=p_0 e^{-\beta(T-T_0)}$ . Determinare: **a)** il calore molare lungo la trasformazione; **b)** il lavoro eseguito dal gas quando la pressione finale è la metà di quella iniziale.  
[ $T_0 = 300\text{K}$ ;  $\beta = 7 \cdot 10^{-2} \text{K}^{-1}$ ]
5. Due moli di gas perfetto biatomico che compiono un ciclo reversibile di Carnot, subiscono una variazione di entropia  $\Delta S_2 = 30 \text{ J/K}$  nella trasformazione isoterma a temperatura  $T_2$ . Determinare il rapporto tra i volumi massimo e minimo raggiunti dal gas durante il ciclo, sapendo che il rapporto fra le temperature delle due isoterme è  $T_2/T_1 = 1.35$ .

**Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.**

- T1.** Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.
- T2.** Potendo scegliere (a parità di potenza elettrica consumata) tra una stufetta elettrica ad incandescenza con un rendimento (rapporto tra energia elettrica assorbita e calore prodotto) del 95% e una pompa di calore con  $COP=4$ , argomentare quale tra le due scelte tecniche risulta preferibile.



----- SOLUZIONI -----

1. a) L'angolo di inclinazione del piano (uguale all'angolo di inclinazione di  $v_{\min}$ ) si ricava dalla relazione  $d = (v_{0\min}^2 \sin 2\alpha) / g$ , da cui  $\alpha = 21.8^\circ$ .
- b) L'angolo che il vettore velocità forma con l'asse x si ricava da  $\tan \vartheta = (v_{0\min} \sin \alpha - g t) / (v_{0\min} \cos \alpha)$  calcolato all'istante specificato nel testo. Il risultato è  $\vartheta = 0.26 \text{ rad} = 15^\circ$

2. Per la conservazione della quantità di moto:  $M\vec{v} = M_1\vec{v}_1 + M_2\vec{v}_2 + M_3\vec{v}_3$  e considerando le condizioni iniziali  $0 = M_2\vec{v}_2 + M_3\vec{v}_3$  da cui si ricava che  $M_2v_2 = M_3v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{v_2}{3}$

$$\text{Frenata di } M_2 \Rightarrow \frac{1}{2}M_2v_2^2 = -L_{nc} = F_A d = \mu_d M_2 g d \Rightarrow v_2 = 4.43 \text{ m/s}$$

$$\text{Frenata di } M_3 \Rightarrow \frac{1}{2}M_3v_3^2 = \mu_d M_3 g D \Rightarrow D = 0.22 \text{ m}$$

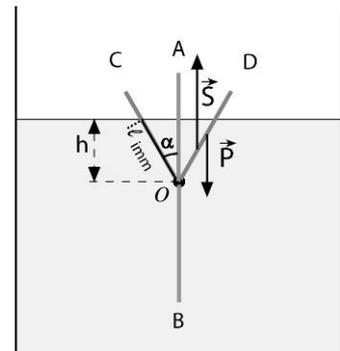
$$\text{L'energia sviluppata nell'esplosione è } \Delta E = \frac{1}{2}M_2v_2^2 + \frac{1}{2}M_3v_3^2 = 8.7 \text{ J}$$

3. All'equilibrio  $\sum(\vec{M}_O) = 0$ . Saranno posizioni di equilibrio instabile quelle verticali A e B. La condizione di equilibrio stabile si ha nelle posizioni C e D.

$$(\vec{M}_O)_{\text{peso}} = (\vec{M}_O)_{\text{sp. Arch.}} \Rightarrow \rho_S V_S g \frac{l}{2} \sin \alpha = \rho_A V_A g \frac{l_{\text{imm}}}{2} \sin \alpha$$

$$l_{\text{imm}} = \frac{h}{\cos \alpha} \Rightarrow \rho_S l^2 = \rho_A \frac{h^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$\alpha = 31.9^\circ$$



4.

$$\begin{aligned}c_\beta &= \frac{\partial Q}{\partial T} = c_v + p \frac{dV}{dT}; \\ \left. \begin{aligned}pV &= nRT \\ p &= p_0 e^{-\beta(T-T_0)}\end{aligned} \right\} \implies V = \frac{RT}{p_0} e^{\beta(T-T_0)} \implies \frac{dV}{dT} = \frac{R}{p_0} e^{\beta(T-T_0)} (1 + \beta T) \implies c_\beta = c_v + R(1 + \beta T) = \\ &195.4 \frac{J}{K} \\ p_f &= \frac{1}{2} p_0 = p_0 e^{-\beta(T_f - T_0)} \implies T_f = 310K \\ L = Q - \Delta U &= \int_{T_0}^{T_f} c_\beta - c_v (T_f - T_0) \implies L = 1829J = 437cal\end{aligned}$$

- 
5. Nell'isoterma a  $T_2$  si avrà:  $\Delta S_2 = nR \ln V_B/V_A$ .  $V_C$  e  $V_B$  sono invece collegati dalla relazione propria delle trasformazioni adiabatiche reversibili:  $V_B/V_C = (T_C/T_B)^{1/(\gamma-1)}$ . Essendo  $V_C/V_A = V_B/V_A * (T_B/T_C)^{5/2}$  dove  $T_B/T_C = T_2/T_1 = 1.35$  e  $V_B/V_A = \exp(\Delta S_2/nR)$ , si ottiene:  **$V_C/V_A = 12.9$** .
-