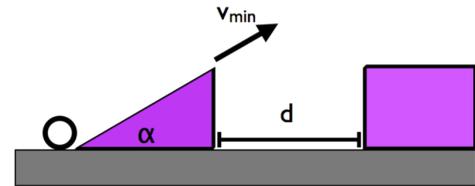




Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un punto materiale si muove lungo un piano inclinato (come mostrato in figura). Raggiunto il punto più alto del piano inclinato con la velocità minima v_{min} necessaria a coprire la distanza d , effettua una traiettoria parabolica raggiungendo lo spigolo di un blocchetto, alto come il piano inclinato, posto a distanza $d = 4,5$ m. Sapendo che v_{min} vale 8 m/s determinare: **a)** l'angolo di inclinazione del piano; **b)** l'angolo che il vettore velocità forma con l'asse x dopo 0.1 s dal salto.



2. Un punto materiale di massa $M=4$ kg, inizialmente fermo su un piano orizzontale scabro ($\mu_d = 0.5$), esplose in tre frammenti rispettivamente di massa $M_1=M/3$, $M_2=M/6$ e $M_3=M/2$. Sapendo che il primo dei tre frammenti rimane fermo e che il secondo, prima di fermarsi, descrive una traiettoria rettilinea di lunghezza $d=2$ m, calcolare lo spazio D percorso dal terzo frammento e l'energia sviluppata nell'esplosione.
3. Una sbarra rigida, di lunghezza $l=50$ cm e densità $\rho_s=0.5$ g/cm³, può ruotare in un piano verticale intorno ad un asse fisso orizzontale cui è incernierata ad un estremo. L'asse si trova immerso in acqua ad una profondità $h=30$ cm. Si determinino le possibili posizioni di equilibrio.
4. Una mole di gas perfetto monoatomico partendo da uno stato di equilibrio caratterizzato dalla pressione p_0 e dalla temperatura T_0 esegue la trasformazione: $p=p_0 e^{-\beta(T-T_0)}$. Determinare: **a)** il calore molare lungo la trasformazione; **b)** il lavoro eseguito dal gas quando la pressione finale è la metà di quella iniziale.
[$T_0 = 300$ K; $\beta = 7 \cdot 10^{-2}$ K⁻¹]
5. Due moli di gas perfetto biatomico che compiono un ciclo reversibile di Carnot, subiscono una variazione di entropia $\Delta S_2 = 30$ J/K nella trasformazione isoterma a temperatura T_2 . Determinare il rapporto tra i volumi massimo e minimo raggiunti dal gas durante il ciclo, sapendo che il rapporto fra le temperature delle due isoterme è $T_2/T_1 = 1.35$.

Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1.** Dimostrare che la variazione di energia meccanica di un sistema isolato coincide con il lavoro delle forze non conservative.
- T2.** Potendo scegliere (a parità di potenza elettrica consumata) tra una stufetta elettrica ad incandescenza con un rendimento (rapporto tra energia elettrica assorbita e calore prodotto) del 95% e una pompa di calore con $COP=4$, argomentare quale tra le due scelte tecniche risulta preferibile.



----- SOLUZIONI -----

1. **a)** L'angolo di inclinazione del piano (uguale all'angolo di inclinazione di v_{\min}) si ricava dalla relazione $d = (v_{\min}^2 \sin 2\alpha) / g$, da cui $\alpha = 21.8^\circ$.
- b)** L'angolo che il vettore velocità forma con l'asse x si ricava da $\tan \vartheta = (v_{\min} \sin \alpha - g t) / (v_{\min} \cos \alpha)$ calcolato all'istante specificato nel testo. Il risultato è $\vartheta = 0.26 \text{ rad} = 15^\circ$

2. Per la conservazione della quantità di moto: $M\vec{v} = M_1\vec{v}_1 + M_2\vec{v}_2 + M_3\vec{v}_3$ e considerando le condizioni iniziali $0 = M_2\vec{v}_2 + M_3\vec{v}_3$ da cui si ricava che $M_2v_2 = M_3v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{v_2}{3}$

$$\text{Frenata di } M_2 \Rightarrow \frac{1}{2}M_2v_2^2 = -L_{nc} = F_A d = \mu_d M_2 g d \Rightarrow v_2 = 4.43 \text{ m/s}$$

$$\text{Frenata di } M_3 \Rightarrow \frac{1}{2}M_3v_3^2 = \mu_d M_3 g D \Rightarrow D = 0.22 \text{ m}$$

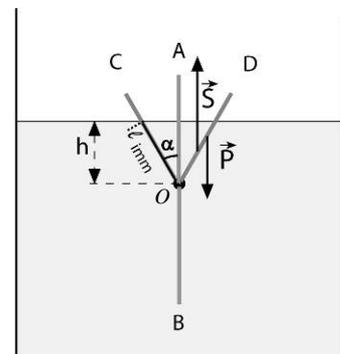
$$\text{L'energia sviluppata nell'esplosione è } \Delta E = \frac{1}{2}M_2v_2^2 + \frac{1}{2}M_3v_3^2 = 8.7 \text{ J}$$

3. All'equilibrio $\sum(\vec{M}_O) = 0$. Saranno posizioni di equilibrio instabile quelle verticali A e B. La condizione di equilibrio stabile si ha nelle posizioni C e D.

$$(\vec{M}_O)_{\text{peso}} = (\vec{M}_O)_{\text{sp. Arch.}} \Rightarrow \rho_S V_S g \frac{l}{2} \sin \alpha = \rho_A V_A g \frac{l_{\text{imm}}}{2} \sin \alpha$$

$$l_{\text{imm}} = \frac{h}{\cos \alpha} \Rightarrow \rho_S l^2 = \rho_A \frac{h^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$\alpha = 31.9^\circ$$



4.

$$\begin{aligned}c_\beta &= \frac{\partial Q}{\partial T} = c_v + p \frac{dV}{dT}; \\ \left. \begin{aligned}pV &= nRT \\ p &= p_0 e^{-\beta(T-T_0)}\end{aligned} \right\} \implies V = \frac{RT}{p_0} e^{\beta(T-T_0)} \implies \frac{dV}{dT} = \frac{R}{p_0} e^{\beta(T-T_0)} (1 + \beta T) \implies c_\beta = c_v + R(1 + \beta T) = \\ &195.4 \frac{J}{K} \\ p_f &= \frac{1}{2} p_0 = p_0 e^{-\beta(T_f - T_0)} \implies T_f = 310K \\ L = Q - \Delta U &= \int_{T_0}^{T_f} c_\beta - c_v (T_f - T_0) \implies L = 1829J = 437cal\end{aligned}$$

-
5. Nell'isoterma a T_2 si avrà: $\Delta S_2 = nR \ln V_B/V_A$. V_C e V_B sono invece collegati dalla relazione propria delle trasformazioni adiabatiche reversibili: $V_B/V_C = (T_C/T_B)^{1/(\gamma-1)}$. Essendo $V_C/V_A = V_B/V_A * (T_B/T_C)^{5/2}$ dove $T_B/T_C = T_2/T_1 = 1.35$ e $V_B/V_A = \exp(\Delta S_2/nR)$, si ottiene: **$V_C/V_A = 12.9$** .
-