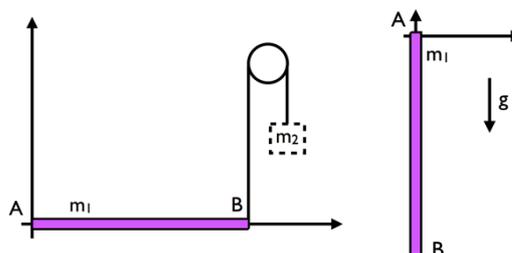




Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un'automobile di massa M percorre un tratto rettilineo lungo il quale risente di una forza resistente di modulo $F_R = K + b v^2$ essendo v la velocità dell'auto. L'auto, partendo da ferma e mantenendo un'accelerazione costante, raggiunge in 10 s la velocità di 100 km/h. Si determini, in tali condizioni, il lavoro che deve fare il motore. [$M = 1000$ kg; $K = 350$ N; $b = 1.9$ Ns²/m²]

2. Un'asta rigida di massa m_1 e lunghezza $d = 0.8$ m è incernierata nell'estremo A ed è appesa nell'estremo B a un filo collegato alla massa $m_2 = 10$ kg; il sistema è in equilibrio con l'asta orizzontale (fig. a sinistra). Ad un certo istante, il filo si rompe e l'asta cade, ruotando intorno ad A, sotto l'azione della forza di gravità. Nel vincolo A agisce un momento, perpendicolare al piano del disegno, che si oppone alla rotazione, $M = k\theta u_z$ con $k = 50$ Nm/rad, essendo θ l'angolo che l'asta forma con l'asse orizzontale. Calcolare:



- a) il valore della reazione vincolare in A (nella situazione iniziale, fig a sinistra)
- b) la velocità angolare dell'asta quando raggiunge la posizione verticale (fig. a destra)

3. Calcolare la velocità di rotazione di un corpo celeste identico alla terra ($M_T = 5.97 \times 10^{24}$ kg; $R_T = 6371$ km) sapendo che sulla sua superficie all'equatore un corpo ha peso nullo. Determinare la durata di un giorno (T_{giorno}) su questo corpo celeste.

4. Una macchina funziona con due moli di un gas perfetto monoatomico eseguendo un ciclo reversibile costituito dalle seguenti trasformazioni:

- 1) una espansione isoterma AB che raddoppia il volume iniziale del gas $V_A = 25 \times 10^3$ cm³;
- 2) una compressione BC adiabatica, che porta la pressione del gas al valore $P_c = 2$ atm;
- 3) una trasformazione CA isobara.

- Determinare: a) la temperatura dell'isoterma;
b) il lavoro totale compiuto dal gas e il calore totale scambiato dal gas;
c) la variazione di energia interna del gas lungo l'isobara CA

5. Due moli di gas perfetto sono contenute in un recipiente. Partendo da uno stato iniziale A, il gas viene sottoposto a due trasformazioni consecutive:

trasformazione 1: espansione libera con cui il gas viene portato ad un volume finale V_B triplo di quello iniziale V_A ;

trasformazione 2: compressione reversibile alla fine della quale il gas riacquista il suo volume iniziale. Calcolare la variazione di entropia dell'Universo.

Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Definire i diversi tipi possibili di equilibrio per una forza conservativa. Per ogni tipo di equilibrio si definisca la relativa condizione sull'energia potenziale.

T2. Spiegare le differenze tra una macchina frigorifera ($L < 0$) e una macchina termica diretta ($L > 0$) e definire nei due casi il parametro che consente di valutarne la qualità.



----- SOLUZIONI -----

1. L'accelerazione costante è pari ad $a = 2.78 \text{ m/s}^2$. Utilizzando il teorema dell'energia cinetica: $L = \frac{1}{2} Mv^2 - L_{n.c.}$ da cui, usando $L = \int F_R v(t) dt$ ed imponendo che l'accelerazione sia costante, si ottiene $L = \frac{1}{2} Mv^2 + a/2 (K t^2 + b a^2 t^4 / 2) = 5.4 \cdot 10^5 \text{ J}$

2. Le equazioni cardinali all'equilibrio si scrivono: $T = m_2 g$, $T + R_A = m_1 g$ e $T \cdot d = m_1 g \cdot d/2$ (momenti calcolati rispetto al polo A). Si ottiene: $m_1 = 2m_2$, ed $R_A = 98 \text{ N}$. Dal teorema dell'energia cinetica: $\Delta E_m = 1/2 I \omega^2 - m_1 g d/2$. Da cui $\omega = 2.8 \text{ rad/s}$

3. Dalla seconda legge della dinamica in sistemi di riferimento non inerziali si ottiene:

$$GMm/R_T^2 - m \omega^2 R_T = 0 \text{ da cui } \omega = \sqrt{G M_T / R_T^3} = 1.26 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s.}$$

La durata di un giorno è quindi $T_{\text{giorno}} = 4990 \text{ s} = 83 \text{ min} = 1.38 \text{ h}$.

4. La temperatura dell'isoterma è pari a $T_A = p_A V_A / nR = 304 \text{ K}$. Essendo $P_B = nR T_A / 2 V_A = 1 \text{ atm}$ e applicando $PV^\gamma = k$ si ottiene $V_C = (P_B/P_C)^{1/\gamma} V_B = 33 \text{ dm}^3$. Dall'eq. di stato dei gasi ideali: $T_C = 401 \text{ K}$. Essendo un ciclo termodinamico: $L = Q$. $Q_{AB} = nRT_A \ln (V_B/V_A) = 3.5 \text{ kJ}$; $Q_{BC} = 0$; $Q_{CA} = n c_P (T_A - T_C) = -4.03 \text{ kJ}$. Da cui si ricava che $L = Q = -530 \text{ J}$ e $\Delta U_{CA} = n c_V (T_A - T_C) = -2.42 \text{ kJ}$.

5. Il gas compie un ciclo termodinamico e la sua entropia non varia.

L'espansione libera non comporta una variazione di temperatura.

La variazione di entropia dell'universo è quindi: $\Delta S_u = \Delta S_{\text{amb}} = -Q_{\text{iso}}(\text{gas})/T_A = nR \ln 3 = 18.3 \text{ J/K}$
