Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

Appello dell'18 gennaio 2021 – prova scritta di Fisica 1

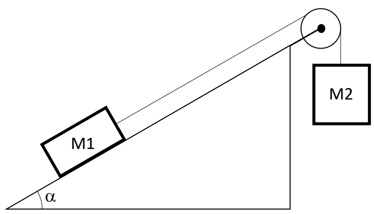
1) In una gara di velocità sui D=100 metri piani, due atleti arrivano al traguardo appaiati, entrambi con lo stesso tempo di T=10.0s. Il moto dei due atleti si può approssimare come la somma di un moto uniformemente accelerato nel primo tratto più un moto rettilineo uniforme fino al traguardo. Il primo atleta accelera per d_1=20m, mentre il secondo accelera per d_2 =15m.
Determinare:

a) l'accelerazione dei due atleti;
b) le loro velocità al traguardo;
c) chi è primo dopo 50m.

2) Due corpi di massa M1 ed M2 sono attaccati agli estremi di una fune, inestensibile e di massa nulla, disposta a cavallo di una puleggia di momento d'inerzia I e raggio R. La fune non può slittare sulla puleggia. M1 è poggiato su un piano liscio inclinato di α, mentre M2 è appeso in verticale. Calcolare:

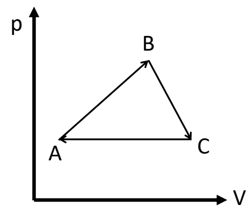
a) l'accelerazione a con la quale si muovono i due corpi;
b) le tensioni T1 e T2 agli estremi della fune.

[Dati: M1=5 kg, M2= 2 kg, I = 0.1 kg m^2, R = 5cm, α = 60°]



3) Un blocco di massa m=2kg è posto alla base di una rampa di lancio priva di attrito ed inclinata di un angolo α=30° rispetto all'orizzontale. Al tempo t=0 il blocco viene lanciato verso l'alto con un impulso J=10 Ns diretto lungo la rampa. **a)** Determinare a quale velocità il blocco raggiungerà la sommità alla quota h=30cm e in quanto tempo. Se sulla rampa ci fosse un attrito il blocco salirebbe più lentamente. **b)** Determinare il minimo valore del coefficiente di attrito dinamico che impedirebbe al bocco di superare la sommità e cadere giù.

4) n moli di gas ideale monoatomico compiono il ciclo reversibile triangolare mostrato in figura. Si ha che: V_B =4V_A, V_C=5V_A, p_C =p_A e p_B=2 p_A. Calcolare il rendimento del ciclo.



5) Una ruota di piombo di massa M e raggio R rotola senza strisciare; ad un certo istante colpisce un muro e rotola indietro. Prima dell'impatto il modulo della velocità della ruota è v_1 mentre dopo l'impatto v_2. Calcolare
a) la quantità di calore sviluppata durante l'urto e
b) di quanto si innalza la temperatura del cilindro.
[Dati: M = 2 kg, v_1 = 5 m/s, v_2 = 1 m/s, $c_{s,PIOMBO}$=129 J/kg °C]

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
18 gennaio 2021 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1A) Ognuno dei corridori segue il seguente andamento:

$$\begin{cases} prima\ fase\ in\ accelerazione & \begin{cases} d = \frac{1}{2} a\, t^2 \\ v = a\, t \end{cases} \\ seconda\ fase\ a\ velocità\ costante & \{ D - d = v\,(T - t) \end{cases}$$

Sostituendo la seconda nella terza si ottiene:

$$D - d = at\,(T - t) = atT - at^2$$

sostituendo il tempo dalla prima si ottiene:

$$D - d = atT - at^2 = aT\sqrt{\frac{2d}{a}} - 2d$$

da cui:

$$a = \frac{(D+d)^2}{2dT^2}$$

Numericamente:

$$a_1 = \frac{(D+d_1)^2}{2d_1T^2} = 3{,}60\,\frac{m}{s^2} \qquad a_2 = \frac{(D+d_2)^2}{2d_2T^2} = 4{,}41\,\frac{m}{s^2}$$

1B) le velocità al traguardo si calcolano dalla seconda equazione del sistema iniziale sostituendo il tempo:

$$v = a\,t = a\sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{2ad} = \frac{(D+d)}{T} \quad \rightarrow \quad v_1 = \frac{(D+d_1)}{T} = 12{,}0\,\frac{m}{s} \qquad v_2 = \frac{(D+d_2)}{T} = 11{,}5\,\frac{m}{s}$$

1C) Il tempo per raggiungere L=50m si calcola dall' terza equazione sostituendo al posto di T il tempo T_{50} e al posto di D la distanza L:

$$L - d = at\,(T_{50} - t) \quad \rightarrow \quad T_{50} = t + \frac{L-d}{at}$$

dove t è il tempo della fase iniziale di accelerazione:

$$\frac{v}{a} = t$$

Da cui:

$$T_{50} = \frac{v}{a} + \frac{L-d}{a\frac{v}{a}} = \frac{v}{a} + \frac{L-d}{v}$$

$$T_{50}^{(1)} = \frac{v_1}{a_1} + \frac{L-d_1}{v_1} = 5{,}83\,s \qquad T_{50}^{(2)} = \frac{v_2}{a_2} + \frac{L-d_2}{v_2} = 5{,}64\,s$$

Arriva prima il corridore 2.

2A) Calcoliamo il movimento di ognuno dei corpi:

$$\begin{cases} massa\ 1\colon\ M_1\,a = T_1 - M_1\,g\sin\alpha \\ massa\ 2\colon\ M_2\,a = M_2\,g - T_2 \\ puleggia\colon\ I\dot{\omega} = I\frac{a}{R} = RT_2 - RT_1 \end{cases}$$

avendo preso il sistema rigido per cui le due masse sentono la stessa accelerazione, che ha verso positivo con la discesa della massa 2 e la puleggia in moto di puro rotolamento.
Dalla prima e seconda equazione mettiamo in evidenza le tensioni che poi sostituiamo nella terza:

$$\begin{cases} T_1 = M_1 a + M_1\, g \sin\alpha \\ T_2 = M_2\, g - M_2\, a \\ I \dfrac{a}{R^2} = M_2\, g - M_2\, a - M_1 a - M_1\, g \sin\alpha \end{cases}$$

Risolvendo si ottiene:

$$a = \frac{M_2 \ - M_1 \ \sin\alpha}{\frac{I}{R^2} + (M_1 + M_2)} g = -0{,}49 \frac{m}{s^2}$$

poiché l'accelerazione è risultata negativa, la massa 2 sale mentre la massa 1 scende.

$$T_1 = M_1(a + g \sin\alpha) = 40{,}0\ N$$
$$T_2 = M_2(g - a) = 20{,}6\ N$$

3A) A causa dell'impulso varia la quantità di moto del blocco che inizialmente stava fermo:

$$J = \Delta p = m v_0$$

Pertanto la velocità iniziale del blocco in salita vale

$$v_0 = \frac{J}{m}$$

In salita si conserva l'energia meccanica totale poiché il moto avviene in assenza di forze dissipative:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh + \frac{1}{2} m v^2$$

da cui si può calcolare la velocità alla sommità:

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh} = \sqrt{\frac{J^2}{m^2} - 2gh} = 4{,}4 \frac{m}{s}$$

per il tempo:

$$v = v_0 - g \sin(\alpha)\, t \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_0 - v}{g \sin(\alpha)} = 0{,}13\ s$$

3B) In presenza di attrito:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh + \frac{1}{2} m v^2 \ + |L_A|$$

Se il blocco non deve cadere significa arrivare in alto fermo. Quindi l'energia cinetica sulla sommità dev'essere nulla:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh + |L_A| = mgh + \frac{h}{\sin(\alpha)}\ \mu\, mg \cos(\alpha) = mgh + mgh\, \mu\, cotg(\alpha)$$

da cui:

$$\mu = \left(\frac{v_0^2}{2gh} - 1\right) tg(\alpha) = 1{,}9$$

Il calcolo porta ad un risultato assurdo: *infatti il coefficiente di attrito non può superare il valore di 1*. Pertanto nelle condizioni sperimentali NON è possibile che il blocco arrivi alla sommità fermo.

4) Il rendimento di una macchina termica è dato dal rapporto:

$$\eta = \frac{W}{Q_{assorbito}}$$

Il lavoro in un ciclo termodinamico coincide con l'area del ciclo nel grafico pV. Tale area vale:

$$W = \frac{(p_B - p_A)(V_C - V_A)}{2} = \frac{p_A\, 4V_A}{2} = 2 p_A V_A$$

Per capire lungo quale delle 3 trasformazioni il calore venga assorbito dobbiamo calcolare le temperature dei punti estremi:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR}$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = 8 \frac{p_A V_A}{nR} = 8\, T_A \qquad T_B > T_A$$

$$T_C = \frac{p_C V_C}{nR} = 5 \frac{p_A V_A}{nR} = 5\, T_A \qquad T_C > T_A \quad ma \quad T_C < T_B$$

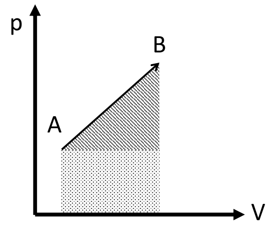
Pertanto: $Q_{AB} > 0 \quad (assorbito) \ ; \quad Q_{BC} < 0 \quad (ceduto) \ ; \quad Q_{CA} < 0 \quad (ceduto)$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$$

essendo l'energia interna una funzione di stato:

$$\Delta U_{AB} = n\, c_V (T_B - T_A) = n \frac{3}{2} R\ 7T_A = \frac{21}{2} nRT_A = \frac{21}{2} p_A V_A$$

Il lavoro si calcola come l'area sottesa alla curva, somma di una zona rettangolare e una rettangolare:



$$W_{AB} = \frac{1}{2}(p_B - p_A)(V_B - V_A) + p_A(V_B - V_A) = \frac{9}{2} p_A V_A$$

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = \frac{21}{2} p_A V_A + \frac{9}{2} p_A V_A = 15\, p_A V_A$$

$$\eta = \frac{W}{Q_{AB}} = \frac{2\, p_A V_A}{15\, p_A V_A} = 0{,}1\overline{3}$$

5) L'energia cinetica della ruota cilindro in moto di puro rotolamento vale:

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} mR^2\omega^2 = \frac{3}{4} mv^2$$

L'energia persa nell'urto vale:

$$E_{persa} = E_{iniziale} - E_{finale} = \frac{3}{4} m\left(v_{iniziale}^2 - v_{finale}^2\right)$$

Questa energia si tramuta in calore:

$$Q = E_{persa} = \frac{3}{4} m\left(v_{iniziale}^2 - v_{finale}^2\right) = 24\, J$$

La variazione temperatura si può calcolare conoscendo il calore specifico del piombo:

$$Q = m\, c_s \Delta T \quad \rightarrow \quad \Delta T = \frac{Q}{m\, c_s} = 0{,}14°C$$