SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

Appello straordinario 10 aprile 2021 – prova scritta di Fisica 1

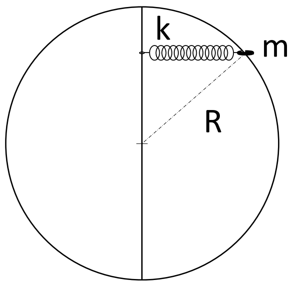
1) Una macchina che viaggia alla velocità v_0 si arresta, frenando uniformemente, dopo uno spazio D (spazio di frenata).

a) Determinare la velocità residua posseduta dall'auto alla distanza d prima del punto di arresto completo.
b) Darne il risultato numerico per v0=80 km/h, D=40 m e d=5 m.

2) Una ruota di massa M e raggio R si trova ferma sulla sommità di una discesa lunga L ed inclinata di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Ad un certo istante la ruota inizia a scendere lungo la discesa rotolando perfettamente. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra ruota e piano è μ_s, determinare:

a) il valore dell'attrito tra ruota e piano durante la discesa
b) la velocità della ruota alla fine della discesa (trascurare l'attrito dell'aria)
c) darne i valori numerici per: M=3kg, L=10m, θ=30°.

3) Un anello puntiforme di massa m è vincolato ad una guida circolare liscia di raggio R posta in un piano verticale. L'anello è sollecitato da una forza elastica orizzontale che lo attrae verso il diametro verticale della guida. La costante elastica della molla è k e la sua lunghezza a riposo trascurabile. Determinare:



a) le posizioni di equilibrio del sistema
b) darne il valore numerico per m = 100 g, R = 1 m, k = 20 N/m.

4) Si calcoli il tempo necessario per far bollire ed evaporare completamente, in un contenitore con pareti isolanti, 0,5 ℓ di acqua (ρ_{H2O}=1.0 g/cm^3) inizialmente alla temperatura di 24°C tramite un riscaldatore ad immersione della potenza di 500 W. [λ_e = 2,26 kJ/g; c_s = 4,18 J/(g °C)]

5) 2 moli di gas perfetto biatomico alla temperatura iniziale T_A=260 K e pressione iniziale p_A=1 atm eseguono un ciclo termodinamico caratterizzato da una espansione isobara fino alla temperatura T_B=300K, seguita da una compressione isoterma ed infine una espansione adiabatica che riporta il gas nelle condizioni iniziali. Dopo aver <u>disegnato il ciclo nel piano PV</u> si calcolino:

a) il lavoro **subito** dal gas;
b) il calore assorbito e ceduto dal gas durante il ciclo.

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
10 aprile 2021 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1) La frenata totale può essere descritta dal bilancio energetico tra l'energia cinetica e il lavoro dell'attrito:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = D\,\mu_d mg.$$

Analogamente, per calcolare la velocità ad una distanza d prima dell'arresto completo possiamo calcolare quale energia cinetica sia dissipata dall'attrito in una frenata lunga d:

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = d\,\mu_d mg$$

Non conosciamo il coefficiente di attrito dinamico che però può essere calcolato dalla prima relazione:

$$\mu_d = \frac{v_0^2}{2Dg}$$

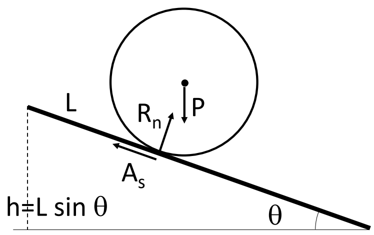
Sostituendo si ricava v_x:

$$v_x^2 = 2dg\,\mu_d = 2dg\frac{v_0^2}{2Dg} = v_0^2\frac{d}{D}$$

da cui

$$v_x = v_0\sqrt{\frac{d}{D}} = 28{,}3\frac{km}{h}$$

2) Le forze che agiscono sulla ruota sono il peso, la reazione normale e l'attrito statico:



$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}_n + \vec{A}_s$$

Poiché la ruota rotola possiamo introdurre anche la seconda eq. cardinale (ad esempio rispetto al centro per cui solo l'attrito fa momento):

$$I\vec{\Omega} = \vec{M}_{As}$$

dove la condizione di rotolamento puro può essere rappresentata come:

$$a = \Omega R.$$

Le prima equazione cardinale proiettata lungo il piano inclinato da:

$$ma = mg\sin\theta - A_s$$

La seconda invece:

$$\frac{1}{2}mR^2\,\Omega = \frac{1}{2}mR\,a = RA_s$$

Ricavando ma e sostituendolo nell'altra si ottiene:

$$ma = 2A_s = mg\sin\theta - A_s$$

da cui

$$A_s = \frac{1}{3}mg\sin\theta = 4{,}9\,N$$

Per la velocità finale possiamo fare il bilancio dell'energia includendo sia traslazione che rotolamento:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$$

dove

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$
$$h = L\,\sin\theta$$

e la condizione di rotolamento puro dà:

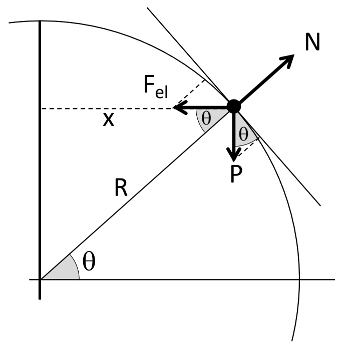
$$v = \omega R$$

Sostituendo si ricava:

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} gL\ \sin\theta} = 8{,}1\ m/s$$

3) All'equilibrio la somma delle forze deve essere nulla:

$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_{el} = 0$$



Se l'anello non si deve muovere lungo la traiettoria circolare possiamo considerare che nella direzione tangente alla traiettoria la somma delle forze deve essere nulla. Pertanto proiettando si ottiene:

$$kx \sin\theta = mg \cos\theta$$

dove x è la distanza tra l'anello e l'asse verticale della guida (elongazione della molla):

$$x = R\cos\theta.$$

Sostituendo e semplificando il coseno si ricava:

$$\sin\theta = \frac{mg}{kR}$$

Si noti che questa condizione è valida sia per la posizione theta nel 1° quadrante che nel 4° quadrante (simmetrica in basso) per cui:

$$\theta = \pm 2{,}8°$$

4) Il calore necessario per portare l'acqua ad ebollizione è:

$$Q_B = c_s\, m\, (T_B - T_{in}) = c_s\, \rho V\, (T_B - T_{in})$$

dove

$$T_B = 100°C.$$

Il calore per far evaporare l'acqua è:

$$Q_E = c_s\, m\, \lambda = c_s\, \rho V\, \lambda$$

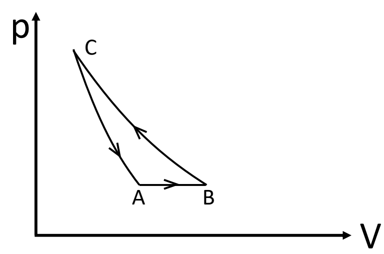
Il calore totale necessario è quindi:

$$Q_{TOT} = Q_B + Q_E$$

La potenza è per definizione quanto lavoro viene effettuato nel tempo. In questo caso il lavoro corrisponde al calore, quindi:

$$W = \frac{Q}{t} \qquad \rightarrow \qquad t = \frac{Q}{W} = \frac{\rho V\, [\lambda + c_s(T_B - T_{in})]}{W} = 2{,}6 \cdot 10^3 s$$

5) Quello in esame è un ciclo inverso (frigorifero) rappresentato dalla dalle trasformazioni in figura.



Per prima cosa determiniamo gli stati termodinamici A, B, C.

Stato A) conoscendo p_A e T_A calcoliamo anche $V_A = \frac{nRT_A}{p_A}$

Stato B) analogamente, conoscendo p_B=p_A e T_B calcoliamo anche $V_B = \frac{nRT_B}{p_A}$

Stato C) Conosciamo T_C=T_B ; possiamo calcolare il volume applicando la politropica per la trasformazione adiabatica:

$$T_C V_c^{\gamma-1} = T_B V_c^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$$

da cui:

$$V_C = V_A \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

dove

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{7}{5}$$

per un gas biatomico. La pressione dello stato C non è utile per i quesiti richiesti e non sarà calcolata.

Il lavoro **subito** dal gas (**cioè il lavoro negativo fatto dall'esterno sul gas**) è quello nel tratto BC, cioè lungo la trasformazione isoterma, e vale:

$$L_{BC} = nRT_B \ln\frac{V_C}{V_B} = nRT_B \ln\left[\frac{V_A}{V_B}\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right] = nRT_B \ln\left[\frac{\frac{nRT_A}{p_A}}{\frac{nRT_B}{p_A}}\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right] = nRT_B \ln\left[\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right] = -2615J$$

Il calore scambiato lungo la trasformazione isoterma vale:

$$Q_{BC} = L_{BC} = -2615J$$

perché per una isoterma:

$$\Delta U_{BC} = 0$$

Il calore scambiato lungo la trasformazione isobara vale:

$$Q_{AB} = nc_p(T_B - T_A) = 2327\,J.$$

Il calore scambiato lungo la trasformazione adiabatica è nullo per definizione:

$$Q_{CA} = 0.$$