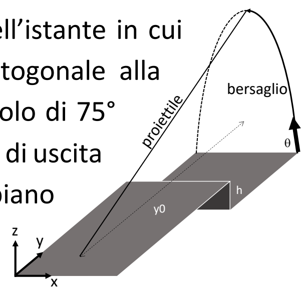
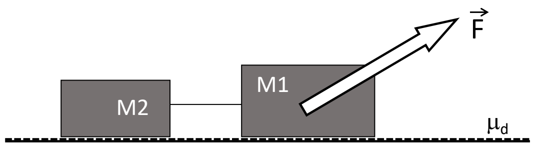
Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

Appello del 07 giugno 2021 – prova scritta di Fisica 1



1) In una gara di tiro al piattello un concorrente vuole centrare il bersaglio nell'istante in cui raggiunge l'apice della traiettoria. Il piattello viene lanciato nel piano XZ ortogonale alla traiettoria del proiettile, con velocità iniziale di modulo v_{B0} (30 m/s) ed un angolo di 75° rispetto all'orizzontale, dal fondo di una fossa profonda 3m rispetto alla posizione di uscita del proiettile dal fucile. Il proiettile viene sparato da una distanza y0 (100m) dal piano del moto del piattello e, trascurando l'effetto della forza di gravità, segue una traiettoria rettilinea con velocità costante (v_P=200m/s). Determinare:

a) l'altezza raggiunta dal proiettile rispetto all'estremità della canna del fucile
b) il ritardo, rispetto all'istante di lancio del piattello, con cui il concorrente deve sparare per riuscire a prendere il bersaglio.

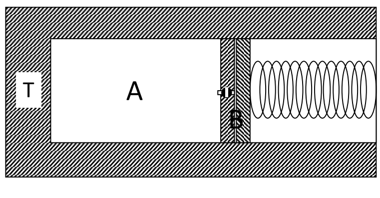


2) Due casse M1 ed M2 sono collegate insieme da un filo inestensibile e di massa trascurabile, come in figura. Il pavimento è scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d. Il sistema è tirato da una forza F che agisce sulla massa M1 la cui direzione forma un angolo θ con l'orizzontale. Determinare:

a) il valore della forza F affinché il sistema avanzi con velocità costante
b) il valore della tensione del filo tra le due casse quando il sistema totale avanza con accelerazione a.

(valori numerici: M1=5 kg, M2=3 kg, μ_d=0,5, a=0,5 m/s^2, θ=30°).

3) Un'asta AB di massa M (3 kg) e lunghezza L (4m) giace nel piano orizzontale. Inizialmente ferma, viene posta in rotazione con velocità angolare costante ω (2 giri/s) intorno ad un asse verticale passante per il punto C interno e distante L/4 da A. Calcolare il lavoro fatto.



4) Un cilindro di sezione S= 0.006 m^2 è diviso in due scomparti A, B collegati insieme da un rubinetto. Le pareti del cilindro sono in costante contatto termico con una sorgente alla temperatura T=350K. Lo scompartimento A (di altezza h=0,4m) è rigido ed è inizialmente riempito da n=0.15 moli di gas ideale. Lo scompartimento B invece è variabile, poiché da un lato è chiuso da un pistone scorrevole collegato ad una molla di costante elastica k= 10^4 N/m. Inizialmente B è vuoto e quindi, grazie alla molla (in questa condizione a riposo), anche il suo volume risulta nullo. Aprendo il rubinetto il gas si espanderà in B. Calcolare:

a) La pressione di equilibrio finale
b) Il lavoro che compie il gas

$(1\,Pa = 9{,}87 \cdot 10^{-6} atm)$

5) Un frigorifero è progettato per un consumo di 400 W. Qual è la massima quantità di calore che esso può sottrarre in 6s se è mantenuto a -4°C cedendo calore in una stanza a 20°C?

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio
07 giugno 2021 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1a) Il moto del bersaglio è parabolico. L'altezza massima si ha quando si annulla la componente verticale v_{Bz} della velocità:

$$v_{Bz} = v_{B0} \sin\theta - gt = 0 \quad \rightarrow \quad t_{B-max} = \frac{v_{B0}\sin\theta}{g}$$

L'altezza massima si calcola dalla componente z del moto calcolata al tempo t_{max}:

$$z_{max} = -h + v_{B0}\sin\theta\, t_{B-max} - \frac{1}{2} g {t_{B-max}}^2 = -h + \frac{{v_{B0}}^2 \sin^2\theta}{2g} = 39{,}8\, m$$

1b) Per il calcolo del tempo di ritardo, osserviamo che il proiettile dovrà percorrere la distanza:

$$D = \sqrt{z_{max}^2 + y_0^2}$$

pertanto il tempo impiegato sarà:

$$t_P = \frac{D}{v_P}$$

Il ritardo sarà la differenza tra il tempo del bersaglio e quello del proiettile:

$$\Delta t = t_{B-max} - t_P = \frac{v_{B0}\sin\theta}{g} - \frac{\sqrt{z_{max}^2 + y_0^2}}{v_P} = 2{,}95 - 0{,}54 = 2{,}41\, s$$

2a) Nel caso in cui il sistema avanzi con velocità costante, dal secondo principio della dinamica si ottiene:

$$0 = \vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{F} + \vec{A}_{d1} + \vec{T}_1$$
$$0 = \vec{P}_2 + \vec{R}_3 + \vec{A}_{d2} + \vec{T}_2$$
$$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$$

che scomposti nella direzione orizzontale x e nella direzione verticale y diventano:

$$F\sin\theta + R_1 - M_1 g = 0$$
$$F\cos\theta - \mu_d R_1 - T = 0$$
$$R_2 - M_2 g = 0$$
$$-\mu_d R_2 + T = 0$$

Dalla 1° e dalla 3° equazione si possono calcolare le reazioni vincolari; dalla 2° e 4°, uguagliando le tensioni, si ricava la forza:

$$F\cos\theta - \mu_d(M_1 g - F\sin\theta) - \mu_d M_2 g = 0$$
$$F = \frac{\mu_d}{\cos\theta + \mu_d \sin\theta}(M_1 + M_2)g = 35{,}1\, N$$

2b) Nel caso in cui il sistema acceleri, il secondo principio della dinamica applicato alla massa 2 diventa:

$$M_2 \vec{a} = \vec{P}_2 + \vec{R}_3 + \vec{A}_{d2} + \vec{T}$$

che nella direzione x diventa:

$$M_2 a = T - \mu_d M_2 g$$

da cui:

$$T = M_2(a + \mu_d g) = 16{,}2\, N$$

3) Il lavoro produce una variazione dell'energia cinetica:

$$L = \Delta T = \frac{1}{2} I\omega^2 - \frac{1}{2} I\omega_0^2 = \frac{1}{2} I\omega^2$$

Il momento d'inerzia rispetto al punto C può essere calcolato mediante il teorema di Huygens-Steiner:

$$I_C = I_{CdM} + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M(L/4)^2 = \frac{7}{48}ML^2$$

da cui

$$L = \Delta T = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{48}ML^2 \cdot \omega^2 \ = 552{,}7\,J$$

dove:

$$\omega = 4\pi \frac{rad}{s}$$

4a) Tutti i processi si sviluppano in maniera isoterma alla temperatura T poiché il cilindro è in costante equilibrio con la sorgente T. Una volta aperto il rubinetto, il sistema raggiungerà l'equilibrio quando le forze agenti sul pistone si equilibrano, cioè quanto la forza della pressione del gas e della molla sono uguali:

$$p_{A+B}S = kx$$

dove x è la deformazione della molla, cioè l'altezza dello scomparto B all'equilibrio. La pressione di A può essere calcolata mediante la funzione di stato finale del gas che ora riempie sia il volume A che B:

$$p_{A+B} = \frac{nRT}{S\,(h+x)}$$

Uguagliando i due termini si ottiene:

$$p_{A+B}S = kx = \frac{nRT}{(h+x)}$$

Esplicitando, la relazione è una equazione di secondo grado in x di cui si prende ovviamente solo la soluzione positiva:

$$x^2 + h\,x - \frac{nRT}{k} = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{h}{2} \pm \sqrt{\frac{h^2}{2} + \frac{nRT}{k}} \quad \rightarrow \quad x_1 = -\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{2} + \frac{nRT}{k}}$$

Pertanto la pressione finale sarà:

$$p_{A+B} = \frac{kx}{S} = \frac{k}{S}\left[-\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{2} + \frac{nRT}{k}}\right] \cong 1{,}487 \cdot 10^5 Pa = 1{,}46\ atm$$

4b) Il lavoro fatto dal gas coincide con la variazione di energia potenziale della forza elastica (inizialmente nulla):

$$L = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left[-\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{h^2}{2} + \frac{nRT}{k}}\right]^2 = 39{,}8\,J$$

5) La massima quantità di calore è prelevata da una macchina frigorifera che lavori seguendo un ciclo di Carnot inverso. In questo caso il Coefficiente di Prestazione Frigorifera vale:

$$COP_{FRIGO} = \frac{Q_2}{L} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Da cui

$$Q_2 = COP_{FRIGO} \cdot L = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot W\Delta t = \frac{269}{24} \cdot 400 \cdot 6 = 26.900J = 6{,}43\ kcal$$