Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

Appello del 06 luglio 2021 - prova scritta di Fisica 1

Esercizio 1

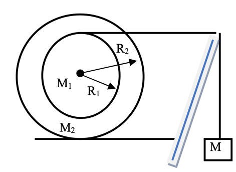
Lungo una strada in discesa sono disposte due casse di legno in contatto tra di loro:
sulla cassa 1 (anteriore, in basso) di massa M_1 agisce una forza di attrito di coefficiente μ_1, mentre sulla cassa 2 (posteriore) di massa M_2 agisce una forza di attrito di coefficiente μ_2.
Determinare a) l'accelerazione di caduta delle due casse b) l'intensità delle forze interne di contatto c) il valore del coefficiente di attrito che produce la stessa accelerazione di caduta se applicato alle due casse pensate come un unico blocco.
Dati: $\theta = 40°$ angolo di inclinazione del piano, $M_1 = 3$ kg, $M_2 = 2$ kg , $\mu_1 = 0.5$, μ_2=0.3

Esercizio 2

Una barella di massa m inizialmente ferma, viene spostata da un infermiere attraverso un corridoio scabro lungo d applicando una forza costante F inclinata rispetto all'orizzontale di un angolo θ. Determinare:
a) l'accelerazione cui è soggetta la barella.
b) i lavori compiuti dalla forza F, dall'attrito, dalla forza peso e dalla reazione normale.
c) la velocità che acquista la barella alla fine del tragitto.
Dati: m= 10 kg, d = 20 m, μ_d=0.1, F = 50 N, $\theta = 20°$

Esercizio 3

Una massa M è collegata tramite una fune inestensibile e di massa trascurabile ad un sistema che può rotolare senza strisciare composto da due dischi concentrici rispettivamente di massa M_1 ed M_2 e raggi R_1 e R_2 . Determinare l'accelerazione della massa M, ed il coefficiente di attrito statico minimo fra il piano ed il sistema affinché si verifichi il puro rotolamento.
Dati: $M_1 = 5$ kg, $M_2 = 10$ kg, $R_1 = 1$ m, $R_2 = 1.5$ m



Esercizio 4

Si consideri un gas perfetto monoatomico inizialmente nello stato di equilibrio A fino a raggiungere lo stato B, secondo la seguente trasformazione reversibile

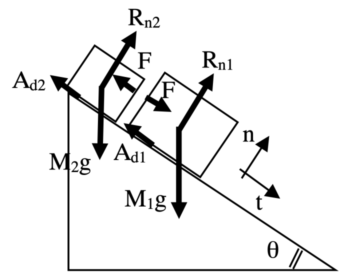
$$p = \frac{p_A}{2}\left(1 + \frac{V}{V_A}\right)$$

Dati: $n = 4$, $V_A = 2$ l, $p_A = 1$ atm, $V_B = 2V_A$.
Per la trasformazione $A \to B$, calcolare
1. il lavoro compiuto dal gas; 2. il calore assorbito; 3. la variazione di entropia.

Esercizio 5

Si consideri una pompa di calore ideale di cui si conosce il rendimento e e l'energia termica oraria rilasciata che viene usata per mantenere un'aula universitaria alla temperatura di 22° C mentre la temperatura esterna è −5° C. Determinare la potenza meccanica necessaria al funzionamento della pompa di calore (si assuma che sia un ciclo frigorifero frigorifero di Carnot).
Dati: $7.54 \cdot 10^6$ J (energia termica rilasciata all'ora), $\eta = 3.8$ (rendimento)

Esercizio 1 Soluzione



Blocco anteriore.

$$
\begin{aligned}
t :& M_1 g \sin\theta - \mu_{d1} M_1 g \cos\theta + F = M_1 a \\
n :& R_{n1} = M_1 g \cos\theta
\end{aligned}
$$

Blocco posteriore.

$$
\begin{aligned}
t :& M_2 g \sin\theta - \mu_{d2} M_2 g \cos\theta - F = M_2 a \\
n :& R_{n2} = M_2 g \cos\theta
\end{aligned}
$$

L'accelerazione vale

$$a = g\frac{(M_1 + M_2)\sin\theta - (\mu_{d1} M_1 + \mu_{d2} M_2)\cos\theta}{M_1 + M_2} = 3.146\ m/s^2$$

La forza di contatto tra i blocchi vale

$$F = M_1(a - g\sin\theta + \mu_{d1} g\cos\theta) = \frac{M_1 M_2(\mu_{d1} - \mu_{d2}) g\cos\theta}{M_1 + M_2} = 1.80N$$

L'espressione della accelerazione di un unico blocco è

$$a_{syst} = g(\sin\theta - \mu_{eff}\cos\theta)$$

dal confronto con l'espressione dell'accelerazione precedente si ottiene

$$\mu_{eff} = \frac{\mu_{d1} M_1 + \mu_{d2} M_2}{M_1 + M_2} = 0.42$$

Esercizio 2 Soluzione

Scomponendo le 4 forze agenti lungo l'asse verticale z, e l'asse del moto x

$$\begin{cases} R_n - F_p + F\sin\alpha = 0 \\ F\cos\alpha - F_{ad} = ma \end{cases}$$

$$F = 50N \qquad F_P = mg = 98N \qquad R_n = mg - F\sin\alpha = 80.9N \qquad F_{ad} = \mu_d R_n = 8.1N$$

a) L'accelerazione vale

$$a = \frac{F\cos\alpha - F_{ad}}{m} = 3,89\frac{m}{s^2}$$

b) I lavori compiuti dalle 4 forze sono

$$\begin{cases} L_F = F\Delta s\cos\alpha = 940J \\ L_P = P\Delta s\cos 90^\circ = 0J \\ L_{R_n} = R_n\Delta s\cos 90^\circ = 0J \\ L_{A_d} = A_d\Delta s\cos 180^\circ = -162J \end{cases}$$

con un totale $L_{tot} = 778$ J.

c) Dal teorema del lavoro e dell'energia cinetica:

$$L_{tot} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_{fin}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_{fin}^2 \qquad \rightarrow \qquad v_{fin} = \sqrt{\frac{2L_{tot}}{m}} = 12.5\frac{m}{s}$$

Exercise 3 Soluzione

1^a equazione cardinale

$$\begin{aligned} n: & R_n = P_{12} = (M_1 + M_2)g \\ t: & T - A_s = (M_1 + M_2)a_c \end{aligned}$$

2^a equazione cardinale

$$A_s R_2 + T R_1 = I_{tot}\alpha$$

dove per la condizione di puro rotolamento $\omega = V_c/R_2$ da cui $\alpha = a_c/R_2$.

Studio delle forze sul blocco M

$$P - T = Ma = M\frac{dv}{dt} = M\frac{d}{dt}(V_c + \omega R_1) = M(a_c + \alpha R_1) = Ma_c\Big(1 + \frac{R_1}{R_2}\Big) = Ma_c\frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Sommando la Eq.(2) con la Eq.(1) moltiplicata per R_2 si riesce ad eliminare il termine di attrito ricavando l'espressione della tensione T

$$T = \frac{(M_1 + M_2)R_2^2 + I_{tot}}{(R_1 + R_2)R_2}a_c$$

che inserita nell'equazione 3 porta a

$$a_c = g\left[\frac{M(R_1 + R_2)R_2}{M(R_1 + R_2)^2 + (M_1 + M_2)R_2^2 + I_{tot}}\right] = 3.9\ m/s^2$$

dove il momento di inerzia dei due dischi rispetto al centro di massa vale

$$I_{tot} = \frac{1}{2}MR_1^2 + \frac{1}{2}MR_2^2$$

ossia ad una accelerazione di caduta del grave

$$a = a_c\frac{R_1 + R_2}{R_2} = 6.5\ m/s^2$$

da cui la tensione della fune

$$T = M(g - a) = 49.4N$$

da cui l'attrito statico

$$A_s = T - (M_1 + M_2)a_c = -9.1N$$

(l'attrito è quindi diretto nel senso opposto a quello indicato in figura)

Ed infine la condizione sul coefficiente di attrito minimo

$$\mu_s \geq \frac{|A_s|}{R_n} = 0.062$$

Exercise 4 Soluzione

1.

$$L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} pdV = \frac{p_A}{2} \int \left(1 + \frac{V}{V_A}\right) dV = \frac{p_A}{2}(V_B - V_A) + \frac{p_A}{4V_A}(V_B^2 - V_A^2) = \frac{5}{4} p_A V_A = 2.5 lAtm = 253.25 J$$

2.

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = 6.1 K$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR} = \frac{2V_A}{nR} \frac{p_A}{2} \left(1 + \frac{V_B}{V_A}\right) = 3T_A = 18.3 K$$

Allora

$$Q_{AB} = L_{AB} + \Delta U_{AB} = \frac{5}{4} p_A V_A + nc_V \Delta T = \frac{17}{4} p_A V_A = 8.5 lAtm = 861.05 J$$

3. Per l'entropia si ha:

$$dS = \frac{dQ^{rev}}{T} = \frac{dU + pdV}{T} = nc_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

da cui

$$\Delta S_{AB} = nc_v \log\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + nR \log\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nc_V \log(3) + nR \log(2) = 77.85 J/K$$

Esercizio 5 Soluzione

Efficienza della macchina frigorifera

$$\epsilon = \frac{Q_{ass}}{L} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = 3,8$$

per cui la temperatura della sorgente calda T_C

$$T_C - T_F = \frac{T_F}{\epsilon} \quad \rightarrow \quad T_C = T_F\left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right) = 338.5K$$

il calore assorbito dalla macchina frigorifera è quello scambiato alla temperatura più bassa (T_F=268 K) in questo caso. Nel caso della macchina di Carnot si ha

$$\frac{Q_{ass}}{T_F} = \frac{Q_{ced}}{T_C} \quad \rightarrow \quad Q_{ass} = Q_{ced}\frac{T_F}{T_C} = 5.97MJ \quad \text{(calore assorbito in un'ora di funzionamento)}$$

Il lavoro che si deve fornire alla macchina frigorifera in un'ora di funzionamento è:

$$L = \frac{Q_{ass}}{\epsilon} = \frac{5.97MJ}{3,8} = 1.57MJ$$

da cui la potenza P=436 Watt.