

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

06 settembre 2021 – prova scritta di Fisica 1

1) Sapendo che l'intervallo tra il 3° e il 4° urto di una pallina che cade da ferma in caduta libera su un pavimento è di T ($T=0,7$ s) e sapendo inoltre che il rapporto tra i moduli della velocità dopo e prima di ogni urto è pari ad α ($\alpha=0,8$), si determini:

- la quota iniziale da cui è caduta la pallina;
- di quanto si abbassa la quota massima raggiunta dalla pallina dopo ogni rimbalzo rispetto alla precedente.

Si trascuri l'attrito dell'aria

2) Due masse M_1 ($M_1=2$ kg) ed $M_2=2M_1$ sono collegate da un filo inestensibile di massa trascurabile ai lati opposti di una carrucola. La carrucola, assimilabile ad un disco di raggio R e massa $M_c=2M_1$, è attaccata al soffitto mediante un vincolo rigido e può ruotare intorno al proprio asse senza attrito. Inizialmente le masse sono ferme: quindi sono lasciate libere di muoversi. Calcolare:

- l'accelerazione a cui sono soggette le masse;
- le tensioni del filo sulle masse.

3) Un corpo di massa m si trova fermo sulla sommità di un dosso semicircolare di raggio R ($R=6$ m) perfettamente liscio. Ad un certo punto inizia a scendere. Calcolare:

- il modulo della velocità del corpo in funzione della quota da terra;
- la velocità e la quota a cui il corpo si distaccherà dal dosso ed inizierà a volare;
- la velocità con cui raggiungerà la terra.

4) Un blocco di rame ($c=385$ J/kg K) di massa m ed inizialmente fermo, percorre un tratto di lunghezza $d=1$ m su un piano scabro ($\mu_D=0,5$) spinto da una forza esterna F . Calcolare l'aumento di temperatura del blocco, trascurando il calore dissipato dal piano di appoggio verso l'ambiente.

5) Un mole di gas ideale monoatomico, inizialmente alla pressione p_1 a alla temperatura $T_1=100$ K, si espande dapprima in modo isotermico fino a raddoppiare il proprio volume e poi in modo adiabatico fino al volume $V_3=8V_2$. Considerando i processi reversibili, si calcoli:

- la variazione complessiva di energia interna;
- il lavoro compiuto dal gas;
- la quantità di calore fornita al gas.

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

06 settembre 2021 – Soluzioni dello scritto di Fisica 1

1a) Il moto della pallina in direzione verticale nella prima caduta è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} y_1 = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_1 = -gt \end{cases}$$

dove h è l'altezza da calcolare. Quindi al primo rimbalzo (cioè in posizione $y_1=0$) la pallina avrà la velocità:

$$|v_1| = \sqrt{2hg}$$

Subito dopo il rimbalzo la pallina avrà la velocità:

$$|v_2| = \alpha|v_1| = \alpha\sqrt{2hg}$$

Pertanto dopo 3 rimbalzi la velocità della pallina sarà

$$|v_4| = \alpha^3|v_1| = \alpha^3\sqrt{2hg}$$

Il moto della pallina dopo il 3° rimbalzo è descritto dalle equazioni:

$$\begin{cases} y_4 = v_{04}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_4 = v_{04} - gt \end{cases}$$

Imponiamo che la pallina ricada a terra:

$$y_4 = v_{04}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 = t \left(v_{04} - \frac{1}{2}gt \right)$$

L'equazione ammette due soluzioni per il tempo:

$$\begin{cases} t = 0 \\ t = T = \frac{2v_{04}}{g} = \frac{2\alpha^3\sqrt{2hg}}{g} = 2\alpha^3\sqrt{\frac{2h}{g}} \end{cases}$$

da cui calcoliamo h :

$$h = \frac{gT^2}{8\alpha^6} = 2,3 \text{ m}$$

1b) All' n -esimo rimbalzo:

$$\frac{1}{2}mv_n^2 = mgh_n = \frac{1}{2}m\alpha^2v_{n-1}^2$$

dove

$$\frac{1}{2}mv_{n-1}^2 = mgh_{n-1}$$

Pertanto

$$mgh_n = \alpha^2mgh_{n-1} \quad \rightarrow \quad \frac{h_n}{h_{n-1}} = \alpha^2 = 0,64 = 64\%$$

2) Le equazioni delle forze agenti sulle masse e dei momenti delle tensioni agenti sulla carrucola sono:

$$M_1a = T_1 - M_1g$$

$$M_2a = M_2g - T_2$$

$$I\Omega = R(T_2 - T_1)$$

dove va aggiunta la condizione di rotolamento puro del filo sulla carrucola:

$$\Omega R = a$$

Risolvendo si ottiene:

$$a = \frac{M_2 - M_1}{M_1 + M_2 + \frac{1}{2}M_c} g = \frac{1}{4}g = 2,45 \frac{m}{s^2}$$

$$T_1 = M_1g \left(\frac{2M_2 + \frac{1}{2}M_c}{M_1 + M_2 + \frac{1}{2}M_c} \right) = \frac{5}{4}M_1g = 24,5 \text{ N}$$

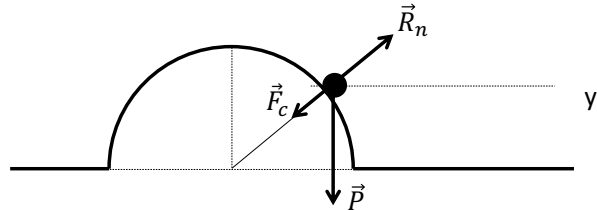
$$T_2 = M_2 g \left(\frac{2M_1 + \frac{1}{2}M_c}{M_1 + M_2 + \frac{1}{2}M_c} \right) = \frac{3}{2} M_1 g = 29,4 \text{ N}$$

3a) L'espressione della velocità in funzione della quota si ricava dal bilancio dell'energia:

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g (R - y)$$

da cui:

$$v = \sqrt{2g(R - y)}$$



3b) Il corpo segue la traiettoria circolare grazie ad una forza centripeta data dalla combinazione, in direzione radiale, del peso e della reazione vincolare:

$$F_c = m a_c = -m g \sin \theta + R_n = -m \frac{v^2}{R}$$

dove:

$$\sin \theta = \frac{y}{R}$$

Il distacco si avrà quando la reazione vincolare si annullerà (forza centrifuga=forza peso ortogonale):

$$R_n = m g \sin \theta - m \frac{v^2}{R} = m g \frac{y}{R} - m \frac{2g(R - y)}{R} = m g \left(\frac{3y}{R} - 2 \right) = 0$$

$$y = \frac{2}{3} R = 4 \text{ m}$$

La velocità sarà:

$$v = \sqrt{2g(R - y)} = 6,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3c) La velocità con cui raggiungerà la terra sarà:

$$v = \sqrt{2gR} = 10,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4) Il lavoro fatto dall'attrito può essere quantificato in:

$$L = \mu_D m g \cdot d$$

L'attrito trasforma questo lavoro in calore (trascurando le dissipazioni e la dilatazione termica del blocco):

$$L = \mu_D m g \cdot d = m c \Delta T$$

da cui:

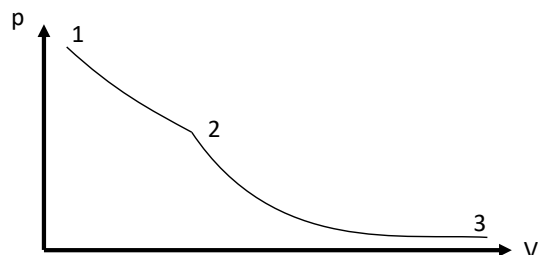
$$\Delta T = \frac{\mu_D g d}{c} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}$$

5) La trasformazione è rappresentata dal grafico in figura:

Lo stato termodinamico 1 è dato da V_1, p_1, T_1

Lo stato termodinamico 2 è dato da $T_2=T_1, V_2=2 V_1,$

$$p_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{nRT_1}{2V_1} = \frac{p_1}{2}$$



Lo stato termodinamico del punto 3 può essere determinato sapendo che la trasformazione 2-3 è adiabatica, e pertanto può essere utilizzata la politropica:

$$TV^{\gamma-1} = \text{cost}$$

(dove $\gamma = \frac{5}{3}$).

$$T_3 = T_2 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}$$

Da qui possiamo calcolare le grandezze richieste dal problema:

- a) la variazione complessiva di energia interna:

$$\Delta U_{1-3} = \Delta U_{2-3} = n c_v T_1 \left[\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} - 1 \right] = -935 \text{ J}$$

- b) il lavoro compiuto dal gas:

$$L_{1-3} = L_{1-2} + L_{2-3} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - \Delta U_{2-3} = 1,51 \text{ kJ}$$

- c) la quantità di calore fornita al gas:

$$Q_{1-3} = Q_{1-2} = L_{1-2} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 576 \text{ J}$$