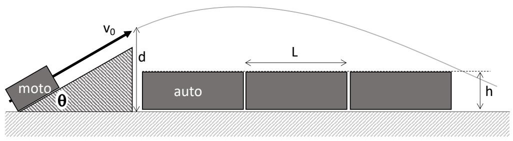
Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

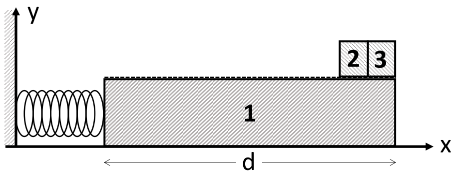
28 ottobre 2021 – APPELLO STRAORDINARIO – prova scritta di Fisica 1

1) Durante una esibizione acrobatica una moto deve saltare una fila di automobili, ognuna di altezza h=1,5m e lunghezza L=3m. La moto, lanciata su una rampa iniziale che forma con l'orizzontale un angolo θ=30°, raggiunge la velocità di v_0=100 km/h prima di staccarsi, ad una altezza d=2,5m dal suolo. Determinare:



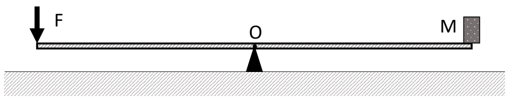
a) il tempo impiegato per ricadere all'altezza h nella fase di volo
b) quante automobili riesce a saltare

2) Una tavola di massa m_1=10kg e lunghezza d=1,5 m è mantenuta ferma nella situazione in cui comprime di Δx=31cm con una parete una molla ideale di massa trascurabile con costante elastica k=150 N/m. Sotto di essa non c'è attrito. Due blocchetti di spessore trascurabile rispetto a d e di massa uguale m_2=m_3=0,8 kg sono sovrapposti alla tavola e si trovano inizialmente fermi all'estremo lontano della molla. I due blocchetti sono di materiale diverso e tra di essi e la tavola c'è attrito con coefficiente dinamico μ_2=0,2 e μ_3=0,3 rispettivamente. Ad un certo istante il sistema è lasciato libero di muoversi e si osserva che l'attrito statico non è sufficiente a tenere fermi i blocchetti rispetto alla tavola (i blocchetti si mettono in moto contemporaneamente alla tavola). Calcolare:



a) l'accelerazione iniziale del centro di massa
b) l'accelerazione iniziale della tavola
c) l'accelerazione iniziale dei blocchetti

3) Un'altalena è formata da una sottile asta di 30 kg e lunga 3 m, vincolata senza attrito al suo centro O. L'altalena si trova inizialmente nella posizione di equilibrio orizzontale a 50 cm da terra, tenuta ferma da un blocco. Ad uno dei due estremi dell'altalena viene posto un peso di massa 10 kg mentre all'altro estremo viene applicata una forza verticale diretta verso il basso di modulo 200N. Ad un certo istante il blocco viene rimosso e si osserva che l'altalena non resta ferma ma ruota. Calcolare:



a) l'accelerazione angolare iniziale dell'asta (modulo e verso)
b) il lavoro fatto dalla forza F, dallo sblocco fin quando un estremo dell'asta tocca terra.

4) Una resistenza elettrica di potenza 1000 W viene immersa in 5 litri di acqua contenuti in un recipiente adiabatico. Calcolare il tempo necessario per innalzare la temperatura dell'acqua di 10°C. Sapendo poi che l'acqua di trova alla temperatura di 300 K, quanto tempo impiega per arrivare all'ebollizione? Trascurare la dissipazione del calore del recipiente. (c_{H2O}=4,2 kJ/kg·C)

5) Un frigorifero di potenza P=900W e COP=4 produce del ghiaccio alla temperatura T_G=-18°C a partire da una massa di 20 kg di acqua alla temperatura atmosferica T_A=27°C. Il frigorifero scambia calore solo con l'acqua e l'atmosfera. Conoscendo c_{H2O}=4,2 kJ/kg K , $c_{ghiaccio}$=2,0 kJ/kg K e $\lambda_{solidificazione}$=334 kJ/kg, calcolare quanto tempo impiega il frigorifero a produrre il ghiaccio.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

28 ottobre 2021 – APPELLO STRAORDINARIO – soluzioni scritto di Fisica 1

1a) Il movimento della moto è descritto dalle equazioni:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\theta\, t \\ y = d + v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2 \end{cases}$$

Calcoliamo il tempo necessario alla moto per portarsi all'altezza h:

$$y = h = d + v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2 \quad \rightarrow \quad g\, t^2 - 2v_0 \sin\theta\, t + 2(h-d) = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \sin\theta \pm \sqrt{(v_0 \sin\theta)^2 - 2g(h-d)}}{g} = \begin{cases} +2{,}90s & sol\, + \\ -0{,}07s & sol\, - \end{cases}$$

Si prende la soluzione positiva:

$$t_1 = 2{,}9s$$

1b) il numero delle auto superate in volo è correlato allo spazio percorso in volo fino alla discesa all'altezza h, altezza delle auto:

$$x_1 = v_0 \cos\theta\, t_1 = 69{,}8m$$

Il numero delle auto si calcola quindi dividendo la distanza massima percorsa per la dimensione delle auto e prendendo solo la parte intera:

$$\frac{x_1}{L} = 23{,}27 \quad \rightarrow \quad N = 23\ auto$$

2a) L'unica forza esterna al sistema è la forza elastica. È lei la responsabile dell'accelerazione del centro di massa:

$$F_{ext} = +k\,\Delta x = (\mathrm{m}_1 + \mathrm{m}_2 + \mathrm{m}_3) a_{CdM}$$

da cui:

$$a_{CdM} = +\frac{k\,\Delta x}{\mathrm{m}_1 + \mathrm{m}_2 + \mathrm{m}_3} = 4{,}01 \frac{m}{s^2}$$

2b) In direzione x sulla tavola agiscono la forza elastica e le due forze di attrito della masse poste sopra. Pertanto possiamo scrivere:

$$\mathrm{m}_1 a_1 = +k\,\Delta x - (\mu_{d2} m_2 + \mu_{d3} m_3) g$$

$$a_1 = \frac{k\,\Delta x - (\mu_{d2} m_2 + \mu_{d3} m_3) g}{\mathrm{m}_1} = 4{,}26 \frac{m}{s^2}$$

2c) Ognuno dei blocchetti è mosso esclusivamente dall'attrito che per loro è rivolto nel verso +x:

$$a_2 = +\mu_{d2} g = +1{,}96 \frac{m}{s^2} \quad ; \quad a_3 = +\mu_{d3} g = +2{,}94 \frac{m}{s^2}.$$

Si noti che la posizione delle masse 2-3 permette alla massa 3 di scappare via poiché più veloce. Se fossero state poste al contrario (non 2-3 ma 3-2) allora 3 avrebbe spinto la mappa 2 e il calcolo avrebbe dovuto considerare anche la fase di urto perfettamente anelastico.

3a) Applichiamo la seconda legge cardinale della dinamica:

$$I\vec{\Omega} = \vec{M}_P + \vec{M}_F$$

Prendendo come verso positivo quello delle rotazioni anti-orarie si ha:

$$I\Omega = F\frac{L}{2} - Mg\frac{L}{2}$$

Il momento d'inerzia totale del sistema rispetto a O si compone del momento d'inerzia dell'asta rispetto a O a cui va sommato il momento d'inerzia del peso aggiunto (sempre rispetto ad O):

$$I = \frac{1}{12} M_A L^2 + M_P \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

da cui si può calcolare l'accelerazione angolare iniziale dell'asta:

$$\left(\frac{M_A}{12} + \frac{M_P}{4}\right) L^2 \Omega = \frac{L}{2}(F - M_P g)$$

$$\Omega = \frac{F - M_P g}{\left(\frac{M_A}{6} + \frac{M_P}{2}\right) L} = +\,3{,}4 \frac{rad}{s^2}$$

L'accelerazione angolare è positiva quindi l'altalena ha una rotazione antioraria (l'estremo su cui è applicata F ruota e cade per terra).

3b) Il lavoro è dato dall'espressione:

$$LAV_F = \int_0^h \vec{F} \cdot d\vec{l} = F\, h = 100J$$

4) Dalla definizione di potenza possiamo calcolare l'energia (calore) fornita all'acqua dalla resistenza (che ha una dipendenza lineare dal tempo se la potenza è costante):

$$W = \frac{dL}{dt} = \frac{dQ}{dt} \quad \rightarrow \quad Q = W \cdot t = m\, c_{H20}\, \Delta T$$

da cui possiamo esplicitare il tempo (ricordando che 5 litri di acqua corrispondono a 5kg di massa):

$$t = \frac{m\, c_{H20}\, \Delta T}{W} = \frac{5 \cdot 4200 \cdot 10}{1000} = 209\ s = 3{,}5\ min = 3min + 30s$$

Per calcolare il tempo necessario per portare ad ebollizione l'acqua dobbiamo prima determinare la temperatura iniziale dell'acqua in centigradi:

$$T = 300K = 27°C$$

$$t = \frac{m\, c_{H20}\, \Delta T}{W} = \frac{5 \cdot 4200 \cdot (100 - 27)}{1000} = 1533\ s = 25{,}55\ min = 25\,\mathrm{min} + 33s$$

5) Il processo segue tre fasi successive: il raffreddamento dell'acqua fino a 0°C, la solidificazione del ghiaccio e il successivo suo raffreddamento fino a -18°C.

Durante queste 3 fasi il frigorifero scambia con l'acqua il calore Q_A:

$$Q_A = -mc_{H2O}(0°C - T_A) + m\lambda_{solidificazione} - mc_G(T_G - 0°C) = 9{,}67\ MJ$$

Conoscendo il COP del frigorifero possiamo calcolare quanto lavoro è stato necessario per solidificare l'acqua in ghiaccio:

$$COP = \frac{Q_A}{L} \quad \rightarrow \quad L = \frac{Q_A}{COP} = 2{,}42\ MJ$$

Conoscendo la potenza possiamo calcolare il tempo:

$$t = \frac{L}{P} = 2686s = 44{,}76\ min = 44min\ + 45\ s \approx 45\ min$$