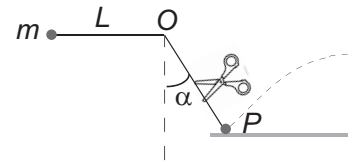


FACOLTÀ DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE
Corso di laurea in Ingegneria Clinica

Anno Accademico 2019-2020
Prova scritta dell'esame di Fisica I - 13 gennaio 2021

Risolvete, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

- Una massa puntiforme m è sospesa a un punto fisso O mediante un filo inestensibile e privo di massa di lunghezza L . La massa viene lasciata con velocità iniziale nulla e con il filo teso a 90° rispetto alla verticale; successivamente, il filo viene tagliato nell'istante forma un angolo α rispetto alla verticale. Si determini α in modo che sia massima la gittata su un piano orizzontale passante per la posizione P di m al momento del taglio del filo.



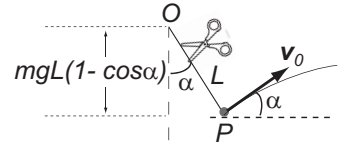
- Si consideri un sistema costituito da un punto materiale di massa $m = 50$ g rigidamente fissato sul bordo di un disco di massa $M = 300$ g e raggio $r = 10$ cm. Il disco è libero di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro e ad esso perpendicolare. Si calcoli la reazione vincolare dell'asse di rotazione quando la massa m passa per la posizione di minima quota, partendo dalla posizione di equilibrio instabile, muovendosi sotto il solo effetto della forza di gravità.
- Un cubo di ferro di massa $m = 1$ kg alla temperatura iniziale $T_1 = 200^\circ\text{C}$ viene posto in un contenitore dalle pareti rigide e adiabatiche in cui si trovano $n = 2$ moli di un gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_2 = 100^\circ\text{C}$. Si determini la temperatura di equilibrio e la variazione di energia interna del sistema formato dal gas e dal cubo di ferro. (Calore specifico del ferro $C = 0,107$ cal/(g \cdot $^\circ\text{C}$).)
- Una quantità di gas perfetto si trova in un contenitore cilindrico chiuso superiormente da un pistone su cui si esercita una forza costante $F = 10$ N. Quando il sistema è a una certa temperatura T_1 il pistone si trova in equilibrio 20 cm al di sotto della posizione di equilibrio alla temperatura T_2 . Determinare la differenza tra le quantità di calore richieste per portare il gas nel cilindro da T_1 a T_2 seguendo una trasformazione a pressione costante ed una a volume costante, rispettivamente.

SOLUZIONI DELLA PROVA SCRITTA DELL'ESAME DI FISICA I DEL 13/01/2021
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CLINICA

Esercizio N. 1

Se v_0 è la velocità della massa m quando passa per il punto P , allora per la conservazione dell'energia meccanica si ha:

$$mgL = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgL(1 - \cos \alpha) \Rightarrow v_0^2 = 2gL \cos \alpha$$



La velocità della massa m lungo la direzione verticale è

$$v_y(t) = v_{0y} - gt$$

con $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$; quindi, se t_v è il tempo (tempo di volo) che intercorre da quando m parte dal punto P a quando ricade sul piano orizzontale per P , allora

$$v(t_v) = -v_{0y} \Rightarrow -v_{0y} = v_{0y} - gt_v \Rightarrow t_v = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

La gittata, d , di m è

$$d(\alpha) = v_{0x} t_v = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = 4L \cos^2 \alpha \sin \alpha$$

Deve essere:

$$\frac{d}{d\alpha} [d(\alpha)] = 0 \Rightarrow \cos \alpha (-2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 0$$

ovvero

$$\cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

ma in questo caso m viaggia orizzontalmente, oppure

$$-2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 0 \Rightarrow \alpha \simeq 35^\circ$$

Esercizio N. 2

Posizione centro di massa del sistema:

$$y_C = \pm \frac{m}{M+m} r$$

con $+$ in posizione di equilibrio instabile; $-$ in posizione di equilibrio stabile. Per la conservazione dell'energia meccanica:

$$\frac{1}{2} I_{\text{tot}} \omega^2 = (M+m)g(2y_C)$$

dove

$$I_{\text{tot}} = \frac{1}{2} M r^2 + m r^2 = \left(\frac{M}{2} + m \right) r^2$$

è il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione. Quindi si ha:

$$\omega^2 = 4 \frac{1}{I_{\text{tot}}} (M+m)g y_C = \frac{4mg}{\left(\frac{M}{2} + m \right) r}$$

Per la prima legge della dinamica dei sistemi di punti si ha:

$$R = (M + m)g + (M + m)\omega^2 y_C$$

che, sostituendo le espressioni di ω^2 e y_C precedentemente trovate, diviene:

$$R = (M + m)g \left[1 + \frac{4m^2}{\left(\frac{M}{2} + m\right)(M + m)} \right] = 3,9 \text{ N.}$$

Esercizio N. 3

Poiché il contenitore è termicamente isolato,

$$cm(T_E - T_1) + nc_V(T_E - T_2) = 0 \quad \Rightarrow \quad T_E = \frac{cmT_1 + nc_VT_2}{cm + nc_V} \simeq 194,7 \text{ }^\circ\text{C.}$$

Poiché il contenitore è rigido ($L = 0$) e termicamente isolato ($Q = 0$), ne consegue che è nulla la variazione di energia interna del sistema formato dal gas e dal cubo di ferro.

Esercizio N. 4

Nella trasformazione isobara:

$$Q_1 = \Delta U_1 + L_1 = nc_V\Delta T + p\Delta V;$$

nella trasformazione isocora:

$$Q_2 = \Delta U_2 + L_2 = nc_V\Delta T.$$

In conclusione,

$$Q_1 - Q_2 = p\Delta V = \frac{F}{S}S\Delta h = 2 \text{ J} = 0,48 \text{ cal.}$$