Università degli Studi di Roma Sapienza
Corso di laurea in Ing. Meccanica

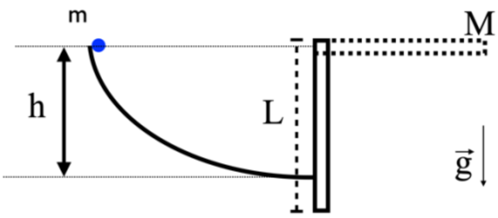
Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame del 2 settembre 2021
III APPELLO – a.a. 2020-21

Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.

1. Dato un sistema di riferimento cartesiano *(O, x, y, z),* il moto di un punto materiale è descritto dalle equazioni parametriche: $x = A\cos(\omega t)$; $y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t)$; $z = vt$
Determinare, in funzione del tempo *t*: ***a)*** l'accelerazione tangenziale; ***b)*** l'accelerazione normale; *c)* il raggio di curvatura della traiettoria. *[*$A=10$ *cm;* $\omega=4\pi\ s^{-1}$*;* $v=25$ *cm/s]*

2. Un corpo puntiforme di massa m = 0.50 kg, dopo essere scivolato lungo lo scivolo (privo di attrito) mostrato in figura, urta orizzontalmente un'asta rigida (sottile) verticale di massa M = 5.0 kg e lunghezza L = 80 cm. Lo scivolo ha un'altezza h = 50 cm e l'asta è appesa per un suo estremo intorno al quale può ruotare liberamente (vedi figura). Sapendo che l'urto tra il corpo e l'asta è completamente anelastico, determinare il modulo della velocità iniziale v_0 che il corpo deve avere affinché dopo l'urto l'asta ruoti di un angolo massimo pari a π/2.



3. Un'asta sottile omogenea di lunghezza 2L e sezione s è libera di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro e posto a distanza L dal fondo piatto di un largo recipiente. Ad un estremo dell'asta è attaccata una massa m approssimabile ad un punto materiale. Il recipiente è riempito di acqua fino ad un'altezza h dal fondo. In condizioni di equilibrio, si determini l'angolo θ che l'asta forma con la verticale. [L = 1 m, s = 10 cm^2, m = 250 g, h = 50 cm]

4. Un gas perfetto biatomico (n = 2.3) si espande seguendo una trasformazione reversibile lungo la quale il prodotto della temperatura del gas per il volume da esso occupato si mantiene costante, passando dallo stato A allo stato B, essendo T_A = 373 K e V_A/V_B = 0.3. Determinare: ***a)*** la variazione di energia interna del gas e ***b)*** la quantità di calore scambiata con l'ambiente esterno.

5. Una macchina di Carnot di potenza P=2W usa ghiaccio a T_1=0°C come sorgente a temperatura più bassa. Determinare:
a) la massa minima del ghiaccio se si vuole che la macchina possa funzionare per almeno due ore, con rendimento η=0.25, prima che il suo rendimento diminuisca;
b) il lavoro massimo che si può ottenere dalla macchina prima che cessi di funzionare nell'ipotesi che si utilizzi come sorgente fredda la massa minima di ghiaccio determinata al punto precedente.
[Calore latente di fusione del ghiaccio: λ_{fus} = 80 cal/g; si assuma costante il calore specifico dell'acqua c=1cal/gK nell'intervallo di temperature di funzionamento della macchina]

Sezione TEORIA** - **Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Descrivere le motivazioni per le quali le due equazioni cardinali della dinamica sono sufficienti per determinare completamente il moto di un corpo rigido.

T2. Descrivere gli argomenti, sia di carattere teorico che sperimentale, in base ai quali l'energia interna di un gas ideale risulta dipendere dalla sola temperatura.

Università degli Studi di Roma Sapienza
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame del 2 settembre 2021
III APPELLO – a.a. 2020-21

-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -

1. $v_s(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{A^2\omega^2 + v^2} = \textit{\textbf{cost}} \quad \Rightarrow \quad a_\tau(t) = \dfrac{dv_s(t)}{dt} = \textit{\textbf{0}}$

$a_n(t) = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \omega^2 A = \textit{\textbf{15,79 ms}}^{\textbf{-2}}$

$\rho = \dfrac{v^2}{a_n} = A + \dfrac{v^2}{\omega^2 A} = \textit{\textbf{10,39 cm}}$

---

2. Imponendo $1/2\, I\, \omega_0^2 = mgh + Mg\, l/2$ si ricava ω_0 necessaria a compiere una rotazione di $\pi/2$. $\omega_0 = \sqrt{(gMl + 2mgh)/I_{tot}}$. Con $I_{tot} = 1/3\, Ml^2 + mh^2$ otteniamo $\omega_0 =$ 6.09 rad/s. Nell'urto completamente anelastico si ha: $m\, v_h\, h = Itot\, \omega_0$, calcolando i momenti rispetto al punto in cui l'asta è incernierata. La velocità della massa m prima dell'urto si ricava come: $v_h = Itot\, \omega_0 / mh$ = 30 m/s. Usando la conservazione dell'energia meccanica nel moto lungo la guida si ottiene la velocità iniziale: $1/2 m v_0^2 + mgh = 1/2\, m v_h^2$ da cui $\boldsymbol{v_0 = \sqrt{(v_h^2 - 2gh)}}$ **= 29.8 m/s**.

---

3. Si impone l'equilibrio tra il momento del peso P della massa m della spinta di Archimede A, essendo $A = \rho_{H2O}\, g s L \left(1 - \frac{1-h/L}{\cos\theta}\right)$. L'equilibrio dei momenti attorno all'asse di rotazione dell'asta si scrive $Lmg\sin\theta = \frac{1}{2}\rho_{H2O}\, g s L^2 \left(1 - \frac{1-h/L}{\cos\theta}\right)\left(1 + \frac{1-h/L}{\cos\theta}\right)\sin\theta$ da cui si ottiene $\cos\theta = \dfrac{1-h/L}{\sqrt{1-\frac{2m}{sL\rho_{H2O}}}}$. Sostituendo si ottiene θ = 45 deg.

---

4. La variazione di energia interna si calcola come: $\Delta U = n\, c_V\, (T_B - T_A) = n\, c_V\, T_A\, (V_A/V_B - 1)$ = -12.5 kJ. Per il calcolo di $Q = \Delta U + L$ occorre calcolare il lavoro tramite $\int p dV$: $\int nR\, T_A V_A / V^2\, dV = n\, R\, T_A V_A\, (1/V_A - 1/V_B)$ **= 5 kJ**. Il totale del calore scambiato sarà dunque **-7.5 kJ**.

---

5. ***a)*** Si consideri che il rendimento rimane costante fino a quando non si scioglie tutto il ghiaccio:

$$L_a = W\Delta t = 1.44 \cdot 10^4\, J \qquad \eta = \frac{L_a}{Q_{ass}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \Longrightarrow \quad T_2 = 364{,}21\, K \qquad Q_{ass} = 5.76 \cdot 10^4\, J$$

$$Q_{ced} = L_a - Q_{ass} = -m\lambda_{fus} \qquad \Longrightarrow \qquad m = 172\, g$$

b) Dopo che si è sciolto tutto il ghiaccio, la macchina continua a lavorare fino a quando le due sorgenti non hanno la stessa temperatura. Il lavoro massimo si ha in condizioni di reversibilità.

$$\Delta S_{sorgenti} = 0 = \frac{-Q_{ass}}{T_2} + \int_{T_1}^{T_2} cm \frac{dT}{T}$$

$$Q_{ass} = cmT_2 ln\frac{T_2}{T_1} = 1.80 \cdot 10^4\, J \qquad\qquad Q_{ced} = cm(T_2 - T_1) = 1.57 \cdot 10^4\, J$$

$$L_b = Q_{ass} - Q_{ced} = 2.36 \cdot 10^3\, J \qquad \Longrightarrow \qquad L_{max} = L_a + L_b = 1.68 \cdot 10^4\, J$$