Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

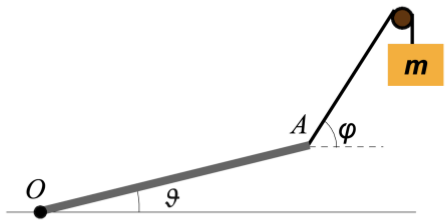
Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame del 12 febbraio 2021
V APPELLO ordinario – a.a. 2019-20

Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. Un'auto di massa M = 1000 kg percorre un rettilineo lungo il quale il suo moto risente di una forza resistente (dovuta alla concomitante presenza dell'attrito con l'asfalto e della resistenza dell'aria) di ampiezza $F_R = F_{RA} + b_v v^2$, essendo v la velocità dell'auto, F_{RA} = 350 N e b_v = 1.9 Ns^2/m^2. L'auto, partendo da ferma e mantenendo un'accelerazione costante, raggiunge in 10 s la velocità di 100 km/h. Si determini, in tali condizioni, il lavoro che deve fare il motore.

2. Un'asta OA lunga L = 1 m di massa M = 10 kg è incernierata nel punto O. Tramite un filo inestensibile di massa trascurabile ed una carrucola l'estremo A è collegato a un corpo di massa m, come mostrato in figura. Quando il sistema è in equilibrio, i valori degli angoli sono ϑ = 30° e φ = 75°. Calcolare il valore di m e modulo, direzione e verso della reazione vincolare in O.



3. Attorno al pianeta Arrakis ruotano diversi satelliti. Krlln, con una massa m_K=1.35 x 10^{23} kg, ruota attorno a Arrakis con un raggio orbitale R_K=1.22 x 10^6 km e un periodo T_K=16 giorni. Arvon, con una massa m_A 1.8 x 10^{21} kg, ruota con raggio orbitale R_A=3.65 x 10^6 km.
Determinare: ***a)*** il periodo orbitale T_A di Arvon; ***b)*** la massa M_{Ar} del pianeta Arrakis.

4. Una macchina termica utilizza due sorgenti a temperatura T_1 = 100 °C e T_2 = -40°C ed opera con n = 3.2 moli di gas perfetto monoatomico compiendo il seguente ciclo irreversibile. AB) espansione isoterma reversibile, alla temperatura T_1, dal volume V_A = 3 litri al volume V_B = 9 litri. BC) espansione adiabatica reversibile fino alla temperatura T_2. CD) compressione isoterma reversibile, alla temperatura T_2, dal volume V_C al volume V_A. DA) riscaldamento isocoro irreversibile fino alla temperatura T_1, realizzato ponendo il gas a contatto con la sorgente T_1. Dopo aver disegnato il ciclo nel piano PV, si calcolino:
a) i lavori ed i calori scambiati nelle trasformazioni e ***b)*** il rendimento della macchina.

5. Una macchina termica produce lavoro assorbendo, a ogni ciclo, una quantità di calore Q_1 = 600 cal da una sorgente termica a temperatura T_1 = 320 K e cedendo, sempre a ogni ciclo, una quantità di calore Q_2 = 595 cal a una massa di acqua m_a = 10 kg, inizialmente a temperatura T_2 = 314 K.
Determinare il lavoro complessivo che la macchina produrrà e la conseguente variazione di entropia della macchina e della massa d'acqua.

Sezione TEORIA** - **Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Dimostrare che il lavoro delle forze non conservative è pari all'energia meccanica dissipata.

T2. Fare due esempi di trasformazioni quasi-statiche di cui una sia assimilabile ad una trasformazione reversibile e l'altra sia irreversibile

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"
Corso di laurea in Ing. Meccanica

Corso di Fisica Generale I
Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti

Prova di esame del 12 febbraio 2021
V APPELLO ordinario – a.a. 2019-20

-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -

1. Il moto è uniformemente accelerato con velocità $v = at$ e accelerazione $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2.78\ m/s^2$

Per il teorema del lavoro e dell'energia cinetica, il lavoro fatto dal motore deve essere pari all'energia cinetica finale dell'auto meno il lavoro fatto dalla forza resistente:

$$W = \frac{1}{2}Mv_f^2 - L_a$$

$$L_a = -\int_0^s F_R ds = -\int_0^{t_f}[F_{RA} + b_v v^2(t)]v(t)dt = -aF_{RA}\int_0^{t_f} tdt - b_v a^3 \int_0^{t_f} t^3\,dt$$

$$W = \frac{1}{2}Mv_f^2 + \frac{a}{2}\left(F_{RA} + \frac{b_v a^2}{2}t_f^2\right)t_f^2 = 5.37\ x\ 10^5\ J$$

---

2. Dalle equazioni cardinali, si ottengono le seguenti tre equazioni scalari (si è scelto il polo O per il calcolo dei momenti): $mg \cos\varphi = R_x$; $mg\ sen\varphi - Mg = R_y$; $Mg\ L/2 \cos\vartheta = mgL\ sen\ (\varphi\text{-}\vartheta)$

Si ottiene quindi $m = M \cos\vartheta / [\ 2 \sin(\varphi - \vartheta)]$ = 6.12 kg , R_x = 15.5 N, R_y = 40.1 N.

Il modulo di ***R* è dunque pari a 43 N** e **l'angolo** formato da *R* con l'orizzontale **è pari a 69°**.

---

3. Dalla terza legge di Keplero, $R_A^3/T_A^2 = R_K^3/T_K^2$ essendo R_A e T_A il raggio orbitale e il periodo orbitale di Arvon e R_K e T_K il raggio orbitale e il periodo orbitale di Krlln, da cui $T_A = T_K\ (R_A/R_K)^{3/2}$= 83 giorni.

Indicando poi con M_A la massa del pianeta Arrakis e con m_K quella della luna Krlln, ed essendo

$\frac{GM_A m_K}{R_K{}^2} = m_K R_K \left(\frac{2\pi}{T_K}\right)^2$ si ottiene $M_A = \frac{4\pi^2 R_K{}^3}{GT_K{}^2}$ = 5.66 x 10^{26} kg

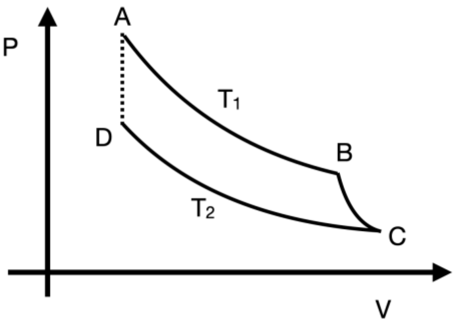
NB per i più curiosi: i dati sono in realtà quelli di Saturno e dei suoi satelliti Giapeto e Titano; Krlln e Arvon sono le lune di Arrakis, altro nome di Dune, il pianeta che fa da ambientazione principale del ciclo fantascientifico omonimo dello scrittore Frank Herbert

---

4. Il calore scambiato nella trasformazione AB è pari a:

$\boldsymbol{Q_{AB} = L_{AB} = nRT_1 \ \ln (V_B/V_A) = 10.8}$ **kJ**.

Lo stato B e lo stato C sono connessi da una trasformazione adiabatica; si avrà quindi: $V_C = V_B\,(T_1/T_2)^{(1/(\gamma-1))} = 18.4$ l.



Il calore scambiato nell'adiabatica è pari a:

$\boldsymbol{Q_{BC} = 0}$ **J**. $\boldsymbol{L_{BC}} = - nc_V\,(T_C - T_B) = \boldsymbol{5.6}$ **kJ**.

Nell'isoterma CD: $\boldsymbol{L_{CD}} = nRT_2 \ln (V_A/V_C) = \boldsymbol{Q_{CD} = -11.1}$ **kJ**.

Nell'isocora finale avremo: $\boldsymbol{L_{DA} = 0}$ **J** e $\boldsymbol{Q_{DA} = nc_V\,(T_1\text{-}T_2) = 5.6}$ **kJ**.

Il rendimento sarà ugual a. $\boldsymbol{\eta = W/Q_A = 1+ Q_{CD}/(Q_{AB}+Q_{DA}) = 32\%}$.

---

5. La macchina cesserà di produrre lavoro quando $T_2 = T_1$; indicando con n il numero totale di cicli che la macchina potrà produrre, per la massa d'acqua si ha:

$$nQ_2 = c_a m_a (T_1 - T_2) \quad \Longrightarrow \quad n = 100 \quad \Longrightarrow \quad L = n(Q_1 - Q_2) = 2093J$$

$$\Delta S_{mac} = 0; \quad \Delta S_{acqua} = \left(\int_1^2 \frac{\partial Q_{acqua}}{T}\right)_{rev} = \int_{T_2}^{T_1} c_a m_a \frac{dT}{T} = c_a m_a ln \frac{T_1}{T_2} = 187.7\ cal/K$$
