**Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**
**Corso di laurea in Ing. Meccanica**

**Corso di Fisica Generale I**
***Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti***

**Prova di esame del 15 luglio 2021**
***II APPELLO – a.a. 2020-21***

***Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.***

***1.*** A causa di un guasto improvviso, la lancetta dei secondi (di lunghezza $R$ = 50 cm) di un orologio a parete fino a quel momento perfettamente funzionante, acquista un'accelerazione angolare costante $\alpha$ = 8.7 x $10^{-5}$ rad/s$^2$. Si determini l'accelerazione dell'estremo libero della lancetta quando questa ha compiuto un giro intero dal momento del guasto.

***2.*** Un filo inestensibile e di massa trascurabile è avvolto intorno alla superficie laterale di un cilindro omogeneo di raggio $R$=10 cm e di massa $M$. All'istante iniziale il cilindro è lasciato cadere liberamente sotto l'azione della forza peso. Trascurando ogni forma di attrito, calcolare la velocità del centro di massa e la velocità angolare del cilindro dopo $t$=*0,5* s dall'istante iniziale nei seguenti casi:
***a)*** l'estremo libero del filo sia vincolato in un punto P sulla verticale del filo;
***b)*** l'estremo libero del filo sia agganciato ad un motore elettrico, il quale applica verticalmente alla fune una forza verso l'alto di modulo costante pari al peso del cilindro.

***3.*** Un cubo omogeneo di massa $M$ = 2.4 kg e lato $L$ = 15 cm viene immerso in un largo recipiente contenente acqua e forzato a rimanere con la superficie superiore allineata al livello dell'acqua. Quando viene lasciato inizia ad oscillare. Determinare l'ampiezza e il periodo di tali oscillazioni. Si trascurino le forze di attrito.

***4.*** Un compressore comprime l'aria muovendosi avanti e indietro in modo simile ad un pistone mobile in un cilindro. Si supponga che un compressore contenente due moli d'aria (assimilabile ad un gas biatomico) operi a 150 colpi al minuto. L'aria è ad una temperatura iniziale T = 390 K. Sapendo che il motore del compressore fornisce 7.5 kW di potenza e che il calore viene rimosso al tasso di 6.5 kW, calcolare il numero di colpi necessari a raggiungere la temperatura di 300 K.

***5.*** Una macchina termica, che lavora con 1 mole di Ar (da considerare gas ideale), compie un ciclo reversibile composto da una espansione politropica (A$\Rightarrow$B), una compressione isoterma (B$\Rightarrow$C) e una compressione adiabatica (C$\Rightarrow$A). Sapendo che $T_A/T_B$=2 e che il rapporto di compressione nell'isoterma $V_C/V_B$=0.5, calcolare:
***a)*** il calore molare e l'indice *(K)* della politropica;
***b)*** la variazione di entropia della politropica;
***e)*** il rendimento della macchina termica.

***Sezione TEORIA** - **Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

***T1.*** Ricavare la seconda equazione della dinamica dei sistemi di punti materiali nell'ipotesi che il polo O, rispetto al quale vengono calcolati i momenti delle forze, sia in movimento.
***T2.*** Dimostrare l'equivalenza dei due enunciati del secondo principio della termodinamica secondo Clausius e secondo Kelvin.

**Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**
**Corso di laurea in Ing. Meccanica**

**Corso di Fisica Generale I**
***Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti***

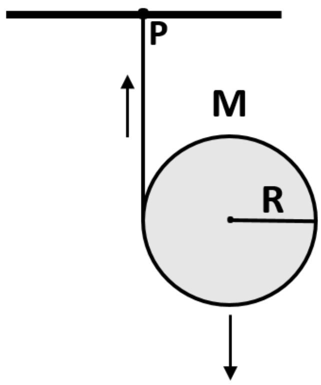
**Prova di esame del 15 luglio 2021**
***II APPELLO – a.a. 2020-21***

*-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -*

***1.*** $\alpha$ costante, $\omega = \omega_s + \alpha t$ (dove $\omega_s = 2\pi/T$ con T=60 s), $\theta = 1/2\alpha t^2 + \omega_s t$ . Il tempo necessario per compiere un giro è $t = \frac{\omega_s}{\alpha}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{4\pi\alpha}{{\omega_s}^2}}\right)$ . La velocità angolare è $\omega = \omega_s\sqrt{1 + \frac{4\pi\alpha}{{\omega_s}^2}}$ . L'accelerazione tangenziale è data da $a_t = \alpha R = 4.35 \times 10^{-5}$ m/s$^2$ mentre l'accelerazione normale è data da $a_n = {\omega_s}^2\left(1 + \frac{4\pi\alpha}{{\omega_s}^2}\right)R = 6 \times 10^{-3}$ m/s$^2$ . L'accelerazione ha modulo $a = \sqrt{{a_t}^2 + {a_n}^2}$ e la sua direzione forma un angolo con la tangente alla circonferenza di $\beta = atan(a_n/a_t)$ ~ 90°

---

***2.*** ***a)*** Quando l'estremo superiore della corda è vincolato in un punto, il cilindro scende, srotolando la corda, con un moto di puro rotolamento rispetto alla corda stessa, che può essere assimilato ad un moto di puro rotolamento lungo una parete verticale. Possiamo quindi scrivere le due equazioni cardinali: $\begin{cases} Ma = Mg - T \\ I\alpha = TR \end{cases}$




con $I = \frac{1}{2}MR^2$.

Inoltre dalla condizione di puro rotolamento: $R\alpha = a$.

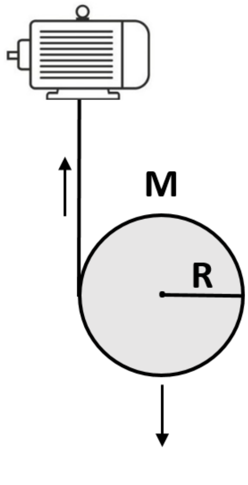
$$\Rightarrow \begin{cases} T = Mg - Ma \\ \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a_{CM}} = \frac{2}{3}g = 6.54\frac{m}{s^2} \end{cases}$$

Dopo un tempo t=0,5 s dall'istante iniziale avremo che:

$$\boldsymbol{v_{CM}} = a_{CM} \cdot t = \boldsymbol{3.27\frac{m}{s}}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \alpha \cdot t = \frac{a_{CM}}{R} \cdot t = \boldsymbol{32.7\frac{rad}{s}}.$$

***b)*** In questo caso, l'estremo libero del filo agganciato ad un motore elettrico, viene tirato verso l'alto con una forza pari al peso del cilindro. Avremo quindi che:




$$\begin{cases} Ma = Mg - Mg = 0 \\ I\alpha = MgR \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = a_{CM} = 0 \\ \alpha = \dfrac{MgR}{I} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = a_{CM} = 0 \\ \alpha = \dfrac{2g}{R} = 196.2\dfrac{rad}{s^2} \end{cases}$$

Dopo un tempo t=0,5 s dall'istante iniziale abbiamo:

$$\boldsymbol{v_{CM}} = \boldsymbol{0\frac{m}{s}}, \qquad \boldsymbol{\omega} = \alpha \cdot t = \boldsymbol{98.1\frac{rad}{s}}.$$

---

***3.*** Il cubo oscillerà intorno alla posizione di equilibrio. L'ampiezza di oscillazione è dunque la distanza iniziale tra la posizione al tempo 0 (cubo immerso fino al livello dell'acqua) e la posizione di equilibrio. Si ricava $\boldsymbol{A} = L\,[1-M/(L^3\rho_{H20})]$ **= 4.3 cm**. Il periodo delle oscillazioni si ricava da $-Mg + S_A = ma$ (proiettata lungo l'asse verticale). Esplicitando la dipendenza dalla porzione di cubo che è immersa si ottiene $-Mg + g(L^2\rho_{H20})*(L-x)) = Md^2x/dt$, con $x$ pari alla quota dello spigolo superiore rispetto al livello dell'acqua, equazione di un oscillatore armonico in cui $\omega = \sqrt{[g(L^2\rho_{H20})/M]}$ e dunque $\boldsymbol{T} = 2\pi/[(L^2/M)\,\rho_{H20}\,g]^{1/2}$ = 0.**655 s**

---

***4.*** $\Delta U = Q - L = nc_V\,\Delta T$. $\Delta U_{colpo} = (W_Q - W_L)\,/\,\#colpi/s$ essendo il numero di *#colpi/s* pari a 2.5 $s^{-1}$. Si calcola dunque $\Delta U_{colpo}$ = -400 J/colpo. $\Delta T_{colpo}$ = -9.6 K/colpo. Per diminuire la temperatura di 90 K sono necessari 9.3 colpi, ovvero **10 colpi** in totale.

---

***5.*** La variazione di entropia di un ciclo è nulla. Essendo nulla anche la variazione di entropia di un'adiabatica reversibile, si ha che: $\Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} = 0 = c_K ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + R ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$

***a)*** $c_K = -R$ ed essendo $c_K = c_v + \frac{R}{1-K}$ si ha che $K = \frac{7}{5}$

***b)*** $\Delta S_{AB} = c_K ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = 5{,}73\ \frac{J}{K}$

***c)*** $\eta = 1 - \frac{Q_{ced}}{Q_{ass}} = 1 + \frac{RT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)}{c_K(T_B - T_A)} = 0.31$