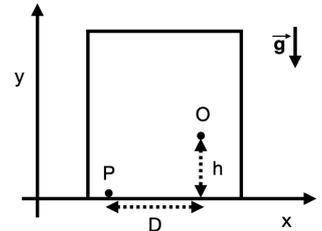




Risolvere, prima analiticamente poi numericamente, gli esercizi seguenti.

1. All'interno di un ascensore, in moto con accelerazione costante verticale $a = 3.5 \text{ m/s}^2$, sono posti su di un piano verticale un punto materiale P inizialmente in quiete sul pavimento ed un bersaglio O posizionato come in figura con h e D rispettivamente pari ad 1.2 m e 1.5 m. Determinare:



- a)** l'espressione del modulo della velocità iniziale V_0 rispetto all'ascensore affinché il punto materiale, lanciato con un angolo $\vartheta = 40^\circ$ rispetto alla verticale, possa colpire il bersaglio;
b) i due diversi valori corrispondenti ad una accelerazione dell'ascensore verso l'alto o verso il basso.

2. Una molla di costante elastica K uguale = 10 N/m è fissata al soffitto di una stanza e all'altra estremità ha attaccata una massa M di 100 g. Inizialmente il sistema è in quiete. Una seconda massa identica alla prima si trova sul pavimento e sulla verticale della molla. Viene lanciata verso l'alto e urta la prima massa con velocità V_0 pari a 4 m/s. A seguito dell'urto, le due masse restano attaccate. Calcolare l'altezza massima, rispetto al punto in cui è avvenuto l'urto, raggiunta dal sistema formato dalle due masse, supponendo che in tale punto la molla risulti compressa e non allungata.

3. Si supponga di poter costruire un tunnel che passando per il centro della Terra, ne colleghi due punti sulla superficie agli antipodi. Si supponga quindi di lasciar cadere un sasso di massa m da una delle due imboccature del tunnel. Determinare: **a)** la massima distanza D_{max} dal punto di caduta a cui arriva il sasso dal punto iniziale di caduta; **b)** il tempo Δt impiegato a raggiungerlo.

Si assuma che la Terra abbia una densità costante $\rho = 5 \text{ g/cm}^3$, che il sasso sia assimilabile ad un punto materiale e che non ci sia resistenza viscosa durante la caduta; $R_{Terra} = 6371 \text{ km}$.

4. 1 kg di acqua, posto in un recipiente cilindrico, dotato di un pistone che si può muovere senza attrito, viene riscaldato e portato alla temperatura di 100°C fino a quando non si trasforma tutto in vapore. Sapendo che il volume aumenta a circa 1.67 m^3 , ricordando che il calore latente di evaporazione è $\lambda_{FUS} = 543 \text{ cal/g}$, si calcoli, durante il processo di ebollizione e fino alla completa trasformazione dell'acqua in vapore:

a) il lavoro fatto del sistema; **b)** il calore fornito all'acqua; **c)** la variazione di energia interna del sistema.

Si assuma che: il sistema (recipiente + sorgente) sia adiabatico, che la capacità termica del recipiente sia trascurabile e che il vapore sia assimilabile ad un gas perfetto.

5. Un frigorifero ha un rendimento (COP) pari al 40% di quello ideale. La temperatura dell'ambiente è 27°C , mentre la cella frigorifera è alla temperatura di -3°C . **a)** Che potenza bisogna fornire per poter estrarre 2.5 kJ di calore per secondo dalla cella frigorifera? **b)** Qual è l'aumento dell'entropia dell'universo per secondo (assumendo che un ciclo frigorifero della macchina duri un secondo)?

Sezione TEORIA - Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

T1. Ricavare il periodo di oscillazione di un pendolo composto (pendolo fisico).

T2. Spiegare perché un gas perfetto monoatomico ha un'energia interna funzione solo della temperatura.



----- SOLUZIONI -----

1. Il moto balistico del proiettile avviene nei due casi con una accelerazione verticale, relativa all'ascensore, pari ad $a_{tot} = g+a$ ed $a_{tot} = g-a$ rispettivamente nei casi in cui l'ascensore accelera verso il basso o verso l'alto.

a) Il modulo della velocità si ottiene da: $V_0 = [D / \sin(\vartheta)] \sqrt{a_{tot} / 2(D/\tan \vartheta - h)}$.

b) Nei due casi si otterranno dunque $V_{0+} = 7.85 \text{ m/s}$ e $V_{0-} = 5.41 \text{ m/s}$ rispettivamente nei casi in cui l'ascensore accelera verso il basso (V_{0+}) e verso l'alto (V_{0-}).

2. Inizialmente la molla ha un allungamento $\Delta x = Mg/K = 9.8 \text{ cm}$. A seguito dell'urto totalmente anelastico si conserva la quantità di moto, quindi $v_0 M = v_f 2M$ da cui $v_f = v_0/2$. Il sistema dopo l'urto è costituito dalla molla con attaccata una massa pari a $2M$. Per la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} 2M v_f^2 + \frac{1}{2} K \Delta x^2 = \frac{1}{2} K (\Delta h - \Delta x)^2 + 2Mg\Delta h$$

Da cui $\Delta h = \frac{-Mg + \sqrt{(Mg)^2 + Mv_0^2 K/2}}{K}$ da cui si ottiene $\Delta h = 20 \text{ cm}$ che essendo maggiore di Δx indica che la molla è compressa.

3. Scendendo in profondità diminuisce la distanza dal centro, ma diminuisce anche la massa sottostante, che è l'unica responsabile dell'attrazione terrestre.

$$F_G = -G \frac{mM}{r^2}, \text{ essendo } M = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow F_G = -\frac{4}{3} G \pi \rho m r$$

L'accelerazione di gravità g all'interno della Terra è data quindi da $g = -\frac{4}{3} G \pi \rho r$ che quindi risulta nulla al centro della Terra e cresce, proporzionalmente ad r , fino alla superficie della Terra.

a) Essendo, quindi, proporzionale e di verso opposto allo spostamento determina un moto armonico semplice di periodo T . La massima distanza è quindi $D_{max} = 2R_{Terra} = 12742 \text{ km}$

b) Nel caso di forza elastica: $a = -\frac{k}{m} r \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$\text{Nel caso in esame: } g = -\frac{4}{3} G \pi \rho r \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{3}{4G\pi\rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = 5300 \text{ s}$$

Il tempo impiegato per raggiungere l'estremità del tunnel sarà quindi $\Delta t = T/2 = 2650 \text{ s}$

4. a) $L_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = p \Delta V_{AB} = 169 \text{ kJ}$

b) La temperatura rimane costante (il processo è un cambiamento di fase): $Q = m \lambda_{FUS} = 2260 \text{ kJ}$

c) Applico la prima legge della termodinamica: $\Delta U = Q - L = 2260 \text{ kJ} - 169 \text{ kJ} \approx 2090 \text{ kJ}$

5. $COP = 0.4 * COP_i = 0.4 * (T_F / (T_C - T_F)) = 3.6$ Il lavoro L è dunque pari a $Q_F / COP = 694 \text{ J}$ e la potenza necessaria è $W = 694 \text{ W}$. La variazione di entropia per secondo in un ciclo: $\Delta S_u = Q_C / T_C - Q_F / T_F$. Utilizzando il primo principio della TD si ottiene $Q_C = 4.6 L = 3192 \text{ J}$ e dunque: $\Delta S_u / s = 1.38 \text{ J}/(\text{K s})$.
