**Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**
**Corso di laurea in Ing. Meccanica**

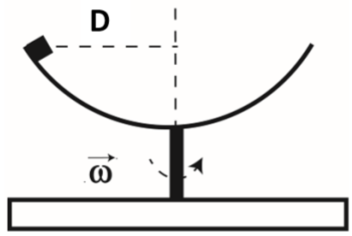
**Corso di Fisica Generale I**
***Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti***

**Prova di esame del 23 giugno 2021**
***I APPELLO – a.a. 2020-21***

***Risolvere gli esercizi seguenti formulando la loro soluzione prima analiticamente e poi numericamente.***

***1.*** Un punto materiale si muove lungo una guida di equazione $x^2 + (y-R)^2 = R^2$ con $R$ = 10 cm compiendo 5 giri ogni minuto. Un altro punto materiale si muove lungo una guida rettilinea ($y$ = 0). In ogni istante la coordinata $x$ del secondo punto è uguale alla coordinata x del primo. A partire dalle leggi orarie dei corpi determinare ***a)*** la relazione fra i moduli delle loro accelerazioni e ***b)*** il valore massimo del modulo della velocità del secondo corpo.

***2.*** Un punto materiale di massa $m$=0.1 kg si trova sulla superficie interna scabra ($\mu_s$=0.6) di una scodella (assimilabile ad una calotta sferica di raggio $R$= 30 cm) in rotazione attorno al proprio asse di simmetria disposto verticalmente. Sapendo che il bordo della scodella si trova ad una distanza $D$=26 cm dall'asse, calcolare: ***a)*** la velocità angolare massima della scodella tale che il punto materiale rimanga solidale con la scodella; ***b)*** il modulo della reazione vincolare $R_V$ in tale condizione.




***3.*** Una bolla d'aria di volume $V$ = 10 cm$^3$ si trova sul fondo di un lago ad una profondità $h$ = 50 m dove la temperatura è $T_F$ = 10°C. La bolla, per la spinta di Archimede, sale sulla superficie del lago che si trova alla temperatura $T_S$ = 25 °C. Considerando l'aria nella bolla assimilabile ad un gas perfetto, la sua parete priva di massa e perfettamente diatermica, tale che l'aria al suo interno si mantenga sempre in equilibrio termico con l'acqua circostante, determinare il volume della bolla in prossimità della superficie.

***4.*** Un recipiente con pareti rigide e adiabatiche, munito di un pistone mobile che può scorrere senza attrito, contiene una mole di gas perfetto monoatomico in equilibrio termodinamico con un blocco di ghiaccio di massa $m_{gh}$ e calore specifico $c_{gh}$. Sul sistema viene inizialmente compiuto reversibilmente un lavoro $L_{est}$ che ne innalza la temperatura fino a 0°C e comprime il gas dimezzandone il volume. Un ulteriore lavoro compiuto reversibilmente sul sistema porta alla fusione di una massa $m_f$ di ghiaccio. Determinare il rapporto tra le pressioni iniziale e finale del processo supponendo che nell'intervallo di pressione considerato il punto di fusione del ghiaccio resti invariato.
[$\lambda_f$ = 80 cal/g; $m_{gh}$= 20 g; $c_{gh}$= 0.5 cal/g K; $m_f$= 6.8 g; $L_{est}$ = 130 cal]

***5.*** Un recipiente con pareti adiabatiche, di volume $V$ = 10 litri, è diviso da una parete di divisione interna fissa (inizialmente adiabatica) in due parti uguali, ciascuna delle quali contiene 1 mole di un gas perfetto biatomico in equilibrio: da una parte la temperatura del gas è $T_1$ = 300 K, dall'altra è $T_2$ = 400 K. Si calcoli la variazione di entropia di tutto il gas contenuto nel recipiente per le tre distinte trasformazioni che conducono il sistema ad un nuovo stato di equilibrio in conseguenza di queste tre situazioni:

- la parete di divisione diventa diatermica;
- nella parete di divisione viene praticato un foro piccolissimo che permette al gas di passare da una delle due parti all'altra;
- la parete di divisione si rompe.

***Sezione TEORIA** - **Rispondete facoltativamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.***

***T1.*** Ricavare l'espressione dell'energia meccanica di un oscillatore armonico.
***T2.*** Spiegare perché un gas perfetto monoatomico ha un'energia interna funzione solo della temperatura.

**Università degli Studi di Roma "La Sapienza"**
**Corso di laurea in Ing. Meccanica**

**Corso di Fisica Generale I**
***Proff. Marco Rossi, Daniele Passeri e Alessio Sarti***

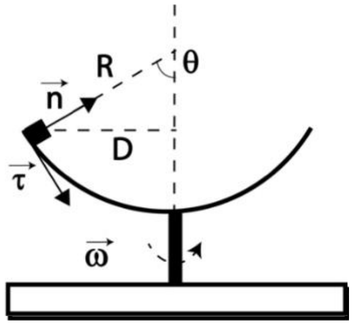
**Prova di esame del 23 giugno 2021**
***I APPELLO – a.a. 2020-21***

*-- - - - - - SOLUZIONI - - - - - - -*

**1.** Il primo punto compie un moto circolare, di raggio *R* e velocità angolare $\omega = \pi/6$ rad/s. L'accelerazione, con sola componente normale, durante il moto è pari a $\boldsymbol{a_1}$ **= 2,74 cm/s²** . La coordinata *x* del secondo corpo è pari a quella del primo e quindi si scrive: $x_2 = R\cos(\omega t)$ da cui si ottiene $\boldsymbol{a_2 = -a_1 \cos(\omega t)}$. La massima velocità del secondo corpo sarà pari a $\boldsymbol{|v_2| = R\,\omega}$ **= 5.23 cm/s.**

---

**2.** Considerando $D=R\,sen\Theta$ si ottiene $\Theta=arcsen(\frac{D}{R})$=60°, ovvero l'angolo massimo rispetto alla verticale dopo il quale il punto materiale si stacca dalla scodella. E' presente una forza peso $F_P = mg$ ed una forza centrifuga pari a $F_C = ma_C = m\omega^2 D = m\omega^2 Rsen\Theta$. Scomponendo le forze lungo la direzione tangente $\vec{\tau}$ e normale $\vec{n}$ abbiamo:




$F_{P\tau}=mgsen\Theta$; $F_{Pn}=mgcos\Theta$; $F_{C\tau}=m(\omega^2D)cos\Theta$; $F_{Cn}=m(\omega^2D)\,sen\Theta$.

Condizioni di equilibrio: $\begin{cases} R_N - F_{Pn} - F_{Cn} = 0 \\ F_{P\tau} - F_{C\tau} - F_A = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} R_N = F_{Pn} + F_{Cn} \\ F_{P\tau} = F_{C\tau} + F_A \end{cases}$

Al momento del distacco si ha una velocità angolare $\omega = \omega_{MAX}$ e $F_A = \mu_S R_N$.

$$\Longrightarrow \begin{cases} R_N = mgcos\Theta + \mathrm{m}\omega_{MAX}^2\mathrm{Dsen}\Theta \\ mgsen\Theta = +\mathrm{m}\omega_{MAX}^2\mathrm{Dcos}\Theta + \mu_S R_N = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} R_N = mgcos\Theta + \mathrm{m}\omega_{MAX}^2\mathrm{Dsen}\Theta \\ \omega_{MAX} = \sqrt{\dfrac{g(sen\Theta - \mu_S cos\Theta)}{D(\cos\Theta + \mu_S \mathrm{sen}\Theta)}} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} R_N = 0.97\ N \\ \boldsymbol{\omega_{MAX} = 4.62\ s^{-1}}. \end{cases}$$

Il modulo della reazione vincolare è dato da: $\boldsymbol{R_V}$=$\sqrt{\boldsymbol{R_N}^2 + \boldsymbol{F_A^2}}$=$\sqrt{\boldsymbol{R_N}^2 + \mu_S^2\boldsymbol{R_N}^2}$=***1.13 N***

---

**3.** Potendo considerare l'aria della bolla come un gas perfetto: $\begin{cases} p_F V_F = nRT_F \\ p_S V_S = nRT_S \end{cases} \Longrightarrow V_S = \frac{T_S p_F}{T_F p_S} V_F$

Per la legge di Stevino, indicando con $\rho_a$ la densità dell'acqua*:* $p_F = p_S + \varrho_a gh = 5.9 \, x \, 10^5 \, Pa$

$V_S = 62 \, cm^3$

---

**4.** Siano indicati con A lo stato iniziale, con B lo stato in cui il sistema ha raggiunto la temperatura di 0°C prima che il ghiaccio inizi a sciogliersi, e con C lo stato finale. Dalla legge dei gas perfetti $P_C/P_A = V_A/V_C \; T_C/T_A = V_A/V_B \; V_B/V_C \; T_C/T_A$ . Durante la trasformazione AB per il gas si ha: $\Delta U_{AB} = nc_v(T_B - T_A)$ , $Q_{AB} = -m_{gh}c_{gh}(T_B - T_A)$ , $L_{AB} = -L_{est}$. Dal primo principio: $T_A = T_B - \frac{L_{est}}{[nc_v + m_{gh}c_{gh}]} = 263 \, K$. Durante la trasformazione BC per il gas si ha (trasformazione isoterma): $\Delta U_{BC} = 0$ , $Q_{BC} = -m_f\lambda$ , $L_{BC} = nRT_B \, ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$ da cui $\frac{V_B}{V_C} = e^{\frac{m_f\lambda}{nRT_B}}$ . Sostituendo $\frac{V_B}{V_C} = 2.7$ e $P_C/P_A = 5.6$ .

---

**5.** Tutti e tre i casi sono relativi a trasformazioni irreversibili in cui alla fine il gas è alla stessa temperatura in tutto il volume. Si hanno due volumi uguali con stesso numero di moli, quindi la temperatura di eq. sarà la media delle temperature iniziali: $T_f = (T_1 + T_2)/2$ = 350 K. Per calcolare la variazione totale di entropia si ipotizza come t.ne per il calcolo di $\Delta S$ una trasformazione reversibile in cui 1 e 2 scambiano calore fra di loro, fino ad arrivare a $T_f$. Avremo che $\Delta S = nc_V \, ln \, (T_f/T_1) + n \, c_V \, ln \, (T_f/T_2)$ da cui: $\boldsymbol{\Delta S = 0.43 \, J/K}$**.**