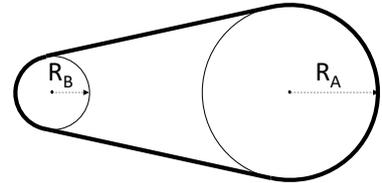


Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

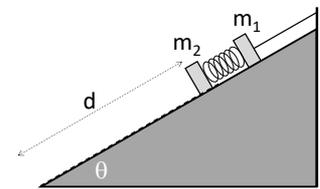
10 gennaio 2022 – prova scritta di Fisica 1

1) Due dischi A e B sono collegati tra loro da una cinghia di trasmissione inestensibile, come in figura. Il disco A di raggio $R_A=30$ cm ruota intorno al proprio asse partendo da fermo con una accelerazione angolare $\Omega=1,3$ rad/s². Calcolare:



- il tempo impiegato dal disco B di raggio $R_B=12$ cm per raggiungere la velocità angolare $\omega_B=30$ rad/s;
- l'accelerazione lineare di un punto K sulla circonferenza periferica del disco B all'istante generico t.

2) Due blocchetti di dimensioni trascurabili di massa $m_1=200$ g e $m_2=300$ g sono appoggiati su un piano inclinato di $\theta=30^\circ$ rispetto all'orizzontale. La massa m_1 è collegata tramite un filo inestensibile e di massa trascurabile all'estremo superiore del piano, e sotto di lei non sente attrito. Una massa ideale, di massa trascurabile e costante elastica $k=2$ N/m, collega le due masse ed è inizialmente a riposo. La massa m_2 è tenuta ferma da un blocco nella sua posizione iniziale distante $d=30$ cm dalla base del piano inclinato;

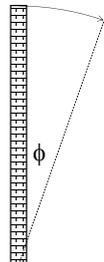


ad un certo istante m_2 viene sbloccata, scendendo lungo il piano inclinato nella sua porzione scabra (coefficiente di attrito dinamico $\mu=0,2$). Nell'istante in cui m_2 raggiunge la fine del piano inclinato calcolare:

- il lavoro compiuto dalla forza d'attrito
- la velocità della massa m_2
- la tensione del filo che regge m_1 .

3) Una ciminiera di mattoni, identificabile come un'asta rigida omogenea di altezza L_0 e massa m , si abbatte al suolo. Determinare l'accelerazione radiale e tangenziale della cima della ciminiera in funzione dell'angolo ϕ di caduta, riferito alla posizione verticale.

Per il calcolo dell'accelerazione tangenziale si sfrutti la relazione $\Omega = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{d\theta}{d\theta} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \omega$.



4) Un blocco di ferro viene fatto cadere partendo da fermo da una altezza di $H=20$ m. Dopo l'urto al suolo, il blocco rimbalza raggiungendo una altezza di $h=1$ m. Di quanto aumenta la temperatura del blocco se tutta l'energia dissipata nell'urto viene assorbita dal blocco? ($c_{FE}=450$ J/kg °C)

5) Una macchina termica reale ha un rendimento effettivo pari al 70% della corrispondente macchina ideale di Carnot. In ogni ciclo vengono immessi nel sistema 200 J di calore alla temperatura di 400 K, mentre viene ceduto calore ad una sorgente a temperatura di 300K. Si determini la variazione di entropia di un ciclo.



Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

10 gennaio 2022 – soluzioni scritto di Fisica 1

1a) Il disco B ruota con accelerazione costante dovuta alla cinghia che, a sua volta, è spinta dal disco A. Studiamo il moto del disco B a partire da quello del disco A e della cinghia C.

La velocità angolare del disco A varia linearmente con il tempo:

$$\omega_A = \Omega_A t$$

La velocità lineare della cinghia corrisponde alla velocità lineare della circonferenza esterna del disco A:

$$v_C = v_A = \omega_A R_A = \Omega_A t R_A$$

La velocità lineare della circonferenza esterna del disco B corrisponde alla velocità lineare della cinghia:

$$v_B = v_C = \Omega_A t R_A$$

Tale velocità lineare è legata alla velocità angolare dalla relazione:

$$v_B = \omega_B R_B$$

da cui:

$$\omega_B = \frac{v_B}{R_B} = \frac{R_A}{R_B} \Omega_A t \quad \rightarrow \quad t = \frac{\omega_B R_B}{\Omega_A R_A} = 9,23 \text{ s}$$

$$\omega_B = \Omega_B t = \frac{v_B}{R_B} = \frac{R_A}{R_B} \Omega_A t \quad \rightarrow \quad \Omega_B = \frac{R_A}{R_B} \Omega_A$$

1b) Un punto K periferico al disco B sentirà sia una accelerazione tangenziale sia una accelerazione centripeta:

$$a_{B-\tau} = \Omega_B R_B = \Omega_A R_A$$

$$a_{B-n} = \omega_B^2 R_B = \left(\frac{R_A}{R_B} \Omega_A t \right)^2 R_B = R_A \frac{R_A}{R_B} \Omega_A^2 t^2$$

$$a_B = \sqrt{a_{B-\tau}^2 + a_{B-n}^2} = \Omega_A R_A \sqrt{1 + \left(\frac{R_A}{R_B} \Omega_A t^2 \right)^2}$$

2a) Le forze che agiscono sulla massa m_2 sono:

$$m_2 \vec{a}_2 = \vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{F}_e + \vec{A}_d$$

Il valore dell'attrito è dato dal prodotto del coefficiente di attrito dinamico e dal valore della reazione vincolare che in questo caso corrisponde al valore della componente ortogonale al piano del peso:

$$A_d = \mu_d m_2 g \cos \theta$$

Il lavoro dell'attrito vale quindi:

$$L_{ATT} = -d \mu_d m_2 g \cos \theta = -0,153 \text{ J}$$

2b) La velocità di m_2 alla fine del piano inclinato può essere calcolata sfruttando il bilancio energetico:

$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h - d \mu_d m_2 g \cos \theta - \frac{1}{2} k d^2$$

dove

$$h = d \sin \theta$$

Da cui si può calcolare la velocità finale:

$$v_2 = \sqrt{2gd(\sin \theta - \mu_d \cos \theta) - \frac{kd^2}{m_2}} = 1,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2c) Calcoliamo le forze che agiscono sulla m_1 :

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{F}_e + \vec{T} = 0$$

Proiettando questa somma vettoriale nella direzione parallela al piano inclinato si ottiene:

$$-m_1 g \sin \theta - kd + T = 0$$

da cui:

$$T = m_1 g \sin \theta + kd = 1,58 \text{ N}$$

3) Poiché la ciminiera è assimilabile ad un'asta rigida, il suo momento d'inerzia vale:

$$I = \frac{1}{3} mL^2$$

Non ci sono durante la caduta forze dissipative e quindi possiamo applicare la conservazione dell'energia. Appliciamo il bilancio energetico tra la posizione verticale iniziale e una generica posizione di caduta, per la quale la ciminiera si trovi ruotata di un generico angolo ϕ :

$$(T + U)_{in} = (T + U)_{\phi} \rightarrow mgh = mgh_{\phi} + \frac{1}{2} I \omega_{\phi}^2$$

dove

$$h = \frac{L}{2} \quad e \quad h_{\phi} = \frac{L}{2} \cos \phi.$$

Possiamo così calcolare la velocità angolare di rotazione della ciminiera all'angolo ϕ di caduta:

$$\omega_{\phi} = \sqrt{\frac{3g}{L} (1 - \cos \phi)}$$

Conoscendo la velocità angolare possiamo calcolare l'accelerazione centripeta (radiale) dell'estremo superiore della ciminiera:

$$\mathbf{a}_c = \omega_{\phi}^2 R = \frac{3g}{L} (1 - \cos \phi) \cdot L = \mathbf{3g(1 - \cos \phi)}$$

L'accelerazione tangenziale si determina dalla relazione:

$$a_{\tau} = \Omega R = \frac{d\omega}{dt} R = \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{d\theta}{d\theta} R = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} R = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \omega R$$

Nel nostro caso:

$$\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \sqrt{\frac{3g}{L} (1 - \cos \phi)} = \frac{\frac{3g}{L} \sin \phi}{2 \sqrt{\frac{3g}{L} (1 - \cos \phi)}} = \frac{3g}{2L \omega_{\phi}} \sin \phi$$

da cui, ricordando che per un punto dell'estremo superiore $R=L$:

$$\mathbf{a}_{\tau} = \Omega L = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \omega_{\phi} L = \mathbf{\frac{3}{2} g \sin \phi}$$

4) Il moto del blocco si può dividere in 3 fasi: 1) caduta libera iniziale dall'altezza H (conservazione energia meccanica totale), 2) urto contro il suolo (urto anelastico in cui si dissipa l'energia E_d), e 3) risalita all'altezza finale h (conservazione dell'energia meccanica).

In termini energetici:

$$\begin{aligned} 1) \quad & mgh = \frac{1}{2} mv^2 \\ 2) \quad & \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mV^2 + E_d \\ 3) \quad & \frac{1}{2} mV^2 = mgh \end{aligned}$$

Accorpendo insieme si ottiene:

$$mgh = mgh + E_d$$

da cui:

$$E_d = mgh - mgh = m c_{Fe} \Delta T$$

$$\Delta T = g \frac{H - h}{c_{Fe}} = 0,4^{\circ}C$$

5) Il ciclo di Carnot di riferimento ha rendimento:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

da cui quello della macchina reale

$$\eta_{reale} = \alpha \eta_{Carnot} = \alpha \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = 1 - \frac{|Q_{2-reale}|}{Q_{1-reale}} = 0,175 = 17,5\%$$

dove

$$\alpha = 0,7$$

e

$$Q_{1-reale} = 200 J$$

Quindi possiamo calcolare il calore

$$|Q_{2-reale}| = Q_{1-reale}(1 - \eta_{reale}) = Q_{1-reale}(1 - \alpha \eta_{Carnot}) = 165 J$$

Possiamo quindi calcolare le variazioni di entropia delle due sorgenti:

$$\Delta S_{sorgente-1} = -\frac{Q_{1-reale}}{T_1} = -0,5 \frac{J}{K}$$

$$\Delta S_{sorgente-2} = +\frac{|Q_{2-reale}|}{T_2} = +0,55 \frac{J}{K}$$

$$\Delta S_{ciclo} = \Delta S_{sorgente-1} + \Delta S_{sorgente-2} = -0,5 + 0,55 = +0,05 \frac{J}{K}$$