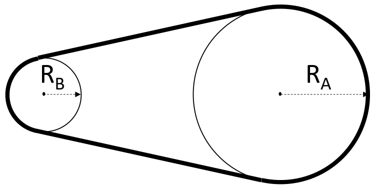
Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

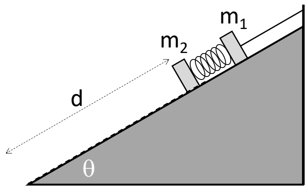
10 gennaio 2022 – prova scritta di Fisica 1



1) Due dischi A e B sono collegati tra loro da una cinghia di trasmissione inestensibile, come in figura. Il disco A di raggio R_A=30 cm ruota intorno al proprio asse partendo da fermo con una accelerazione angolare Ω=1,3 rad/s^2. Calcolare:

a) il tempo impiegato dal disco B di raggio R_B=12cm per raggiungere la velocità angolare ω_B=30 rad/s;

b) l'accelerazione lineare di un punto K sulla circonferenza periferica del disco B all'istante generico t.

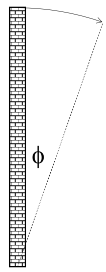


2) Due blocchetti di dimensioni trascurabili di massa m_1=200g e m_2=300g sono appoggiati su un piano inclinato di θ=30° rispetto all'orizzontale. La massa m_1 è collegata tramite un filo inestensibile e di massa trascurabile all'estremo superiore del piano, e sotto di lei non sente attrito. Una molla ideale, di massa trascurabile e costante elastica k=2 N/m, collega le due masse ed è inizialmente a riposo. La massa m_2 è tenuta ferma da un blocco nella sua posizione iniziale distante d=30 cm dalla base del piano inclinato; ad un certo istante m_2 viene sbloccata, scendendo lungo il piano inclinato nella sua porzione scabra (coefficiente di attrito dinamico μ=0,2). Nell'istante in cui m_2 raggiunge la fine del piano inclinato calcolare:

a) il lavoro compiuto dalla forza d'attrito

b) la velocità della massa m_2

c) la tensione del filo che regge m_1.



3) Una ciminiera di mattoni, identificabile come un'asta rigida omogenea di altezza L_0 e massa m, si abbatte al suolo. Determinare l'accelerazione radiale e tangenziale della cima della ciminiera in funzione dell'angolo ϕ di caduta, riferito alla posizione verticale.

Per il calcolo dell'accelerazione tangenziale si sfrutti la relazione $\Omega = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{d\theta}{d\theta} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta} \cdot \omega.$

4) Un blocco di ferro viene fatto cadere partendo da fermo da una altezza di H=20m. Dopo l'urto al suolo, il blocco rimbalza raggiungendo una altezza di h=1m. Di quanto aumenta la temperatura del blocco se tutta l'energia dissipata nell'urto viene assorbita dal blocco? (c_{FE}=450 J/kg °C)

5) Una macchina termica reale ha un rendimento effettivo pari al 70% della corrispondente macchina ideale di Carnot. In ogni ciclo vengono immessi nel sistema 200 J di calore alla temperatura di 400 K, mentre viene ceduto calore ad una sorgente a temperatura di 300K. Si determini la variazione di entropia del ciclo e dell'universo.

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Ingegneria Civile e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio

10 gennaio 2022 – soluzioni scritto di Fisica 1

1a) Il disco B ruota con accelerazione costante dovuta alla cinghia che, a sua volta, è spinta dal disco A. Studiamo il moto del disco B a partire da quello del disco A e della cinghia C.

La velocità angolare del disco A varia linearmente con il tempo:
$$\omega_A = \Omega_A t$$
La velocità lineare della cinghia corrisponde alla velocità lineare della circonferenza esterna del disco A:
$$v_C = v_A = \omega_A R_A = \Omega_A t\, R_A$$
La velocità lineare della circonferenza esterna del disco B corrisponde alla velocità lineare della cinghia:
$$v_B = v_C = \Omega_A t\, R_A$$
Tale velocità lineare è legata alla velocità angolare dalla relazione:
$$v_B = \omega_B R_B$$
da cui:
$$\omega_B = \frac{v_B}{R_B} = \frac{R_A}{R_B}\Omega_A t \quad \rightarrow \quad t = \frac{\omega_B R_B}{\Omega_A R_A} = 9{,}23\ s$$

$$\omega_B = \Omega_B t = \frac{v_B}{R_B} = \frac{R_A}{R_B}\Omega_A t \quad \rightarrow \quad \Omega_B = \frac{R_A}{R_B}\Omega_A$$

1b) Un punto K periferico al disco B sentirà sia una accelerazione tangenziale sia una accelerazione centripeta:
$$a_{B-\tau} = \Omega_B R_B = \Omega_A R_A$$
$$a_{B-n} = \omega_B^2 R_B = \left(\frac{R_A}{R_B}\Omega_A t\right)^2 R_B = R_A \frac{R_A}{R_B}\Omega_A^2 t^2$$

$$a_B = \sqrt{a_{B-\tau}^2 + a_{B-n}^2} = \Omega_A R_A \sqrt{1 + \left(\frac{R_A}{R_B}\Omega_A t^2\right)^2}$$
2a) Le forze che agiscono sulla massa m_2 sono:
$$m_2 \vec{a}_2 = \vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{F}_e + \vec{A}_d$$
Il valore dell'attrito è dato dal prodotto del coefficiente di attrito dinamico e dal valore della reazione vincolare che in questo caso corrisponde al valore della componente ortogonale al piano del peso:
$$A_d = \mu_d m_2 g \cos\theta$$
Il lavoro dell'attrito vale quindi:
$$L_{ATT} = -\, d\, \mu_d m_2 g \cos\theta = -0{,}153\, J$$
2b) La velocità di m_2 alla fine del piano inclinato può essere calcolata sfruttando il bilancio energetico:
$$\frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h - d\, \mu_d m_2 g \cos\theta - \frac{1}{2} k d^2$$
dove
$$h = d \sin\theta$$
Da cui si può calcolare la velocità finale:
$$v_2 = \sqrt{2gd(\sin\theta - \mu_d \cos\theta) - \frac{kd^2}{m_2}} = 1{,}15\, \frac{m}{s}$$
2c) Calcoliamo le forze che agiscono sulla m_1:
$$\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{F}_e + \vec{T} = 0$$
Proiettando questa somma vettoriale nella direzione parallela al piano inclinato si ottiene:

$$-m_1 g \sin\theta - kd + T = 0$$

da cui:

$$T = m_1 g \sin\theta + kd = 1{,}58\ N$$

3) Poiché la ciminiera è assimilabile ad un'asta rigida, il suo momento d'inerzia vale:

$$I = \frac{1}{3} m L^2$$

Non ci sono durante la caduta forze dissipative e quindi possiamo applicare la conservazione dell'energia. Applichiamo il bilancio energetico tra la posizione verticale iniziale e una generica posizione di caduta, per la quale la ciminiera si trovi ruotata di un generico angolo ϕ :

$$(T+U)_{in} = (T+U)_{\phi} \quad \rightarrow \quad mgh = mgh_{\phi} + \frac{1}{2} I \omega_{\phi}^2$$

dove

$$h = \frac{L}{2} \quad e \quad h_{\phi} = \frac{L}{2}\cos\phi.$$

Possiamo così calcolare la velocità angolare di rotazione della ciminiera all'angolo ϕ di caduta:

$$\omega_{\phi} = \sqrt{\frac{3g}{L}(1-\cos\phi)}$$

Conoscendo la velocità angolare possiamo calcolare l'accelerazione centripeta (radiale) dell'estremo superiore della ciminiera:

$$\boldsymbol{a_c} = \omega_{\phi}^2 R = \frac{3g}{L}(1-\cos\phi)\cdot L = \boldsymbol{3g(1-\cos\phi)}$$

L'accelerazione tangenziale si determina dalla relazione:

$$a_{\tau} = \Omega \mathrm{R} = \frac{d\omega}{dt} R = \frac{d\omega}{dt}\cdot\frac{d\theta}{d\theta} R = \frac{d\omega}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt} R = \frac{d\omega}{d\theta}\cdot \omega R$$

Nel nostro caso:

$$\frac{d\omega}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\sqrt{\frac{3g}{L}(1-\cos\phi)} = \frac{\frac{3g}{L}\sin\phi}{2\sqrt{\frac{3g}{L}(1-\cos\phi)}} = \frac{3g}{2L\omega_{\phi}}\sin\phi$$

da cui, ricordando che per un punto dell'estremo superiore R=L:

$$\boldsymbol{a_{\tau}} = \Omega \mathrm{L} = \frac{d\omega}{d\theta}\cdot\omega_{\phi} L = \boldsymbol{\frac{3}{2} g \sin\phi}$$

4) Il moto del blocco si può dividere in 3 fasi: 1) caduta libera iniziale dall'altezza H (conservazione energia meccanica totale), 2) urto contro il suolo (urto anelastico in cui si dissipa l'energia E_d), e 3) risalita all'altezza finale h (conservazione dell'energia meccanica).

In termini energetici:

$$1) \qquad mgH = \frac{1}{2} m v^2$$

$$2) \qquad \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m V^2 + E_d$$

$$3) \qquad \frac{1}{2} m V^2 = mgh$$

Accorpando insieme si ottiene:

$$mgH = mgh + E_d$$

da cui:

$$E_d = mgH - mgh = m\, c_{Fe} \Delta T$$

$$\Delta T = g\,\frac{H-h}{c_{Fe}} = 0{,}4°C$$

5) $\Delta S_{ciclo} = 0$ sempre!

Per la variazione di entropia dell'universo. Il ciclo di Carnot di riferimento ha rendimento:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

da cui quello della macchina reale

$$\eta_{reale} = \alpha\,\eta_{Carnot} = \alpha\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = 1 + \frac{Q_{2-reale}}{Q_{1-reale}} = 0{,}175 = 17{,}5\%$$

dove

$$\alpha = 0{,}7$$

e

$$Q_{1-reale} = 200\,J$$

Quindi possiamo calcolare il calore

$$Q_{2-reale} = Q_{1-reale}(\eta_{reale} - 1) = Q_{1-reale}(\alpha\,\eta_{Carnot} - 1) = -165\,J$$

Possiamo quindi calcolare le variazioni di entropia delle due sorgenti:

$$\Delta S_{sorgente-1} = -\frac{Q_{1-reale}}{T_1} = -\,0{,}5\,\frac{J}{K}$$

$$\Delta S_{sorgente-2} = -\frac{Q_{2-reale}}{T_2} = +0{,}55\,\frac{J}{K}$$

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sorgenti} = \Delta S_{sorgente-1} + \Delta S_{sorgente-2} = -0{,}5 + 0{,}55 = +0{,}05\,\frac{J}{K}$$